Ministerul Educației, Cercetării şi Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum şi Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiințe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 100

5p **1.** Să se determine produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ ştiind că primul termen este egal cu 1 şi rația este $q = -2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2^x + \log_3 x$. Să se calculeze $f(1)+f(3)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{1-x} = -2$.

5p **4.** Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$.

5p **5.** Se consideră în reperul cartezian xOy punctele $A(3,2)$, $B(2,3)$ şi M mijlocul segmentului AB. Să se determine lungimea segmentului OM.

5p **6.** Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $BC = 4$ şi că măsura unghiului A este de 30°.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 100

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $X(a)=I_2+aA$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se demonstreze că $A^2=8A$.

5p **b)** Să se calculeze $\det X(a)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+8ab)$, oricare ar fi $a,b\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră polinomul $f=\left(1+X+X^3\right)^{669}\in\mathbb{Z}[X]$ cu forma algebrică $f=a_{2007}X^{2007}+...+a_1X+a_0$.

5p **a)** Să se calculeze $f(1)+f(-1)$.

5p **b)** Să se arate că suma $a_0+a_1+a_2+...+a_{2007}$ este un număr divizibil cu 3.

5p **c)** Să se determine restul împărțirii polinomului *f* la X^2-1.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 100

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$.

5p **a)** Să se verifice dacă $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **c)** Să se arate că funcția f este convexă pe $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\left(x^{n+1}+1\right)\cdot e^x$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se determine $\int f_0(x)\cdot \mathrm{e}^{-x}\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f_1, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1 f_{2007}(x)\,dx+\int_0^1 f_{2009}(x)\,dx\geq 2\int_0^1 f_{2008}(x)\,dx$.