EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 099

5p **1.** Să se determine mulțimea $A=\{x\in\mathbb{N} \mid 2x+1\geq 3x-1\}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\log_2 x$. Să se calculeze $f(1)+f(4)-f(2)$.

5p **3.** Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât soluțiile ecuației $x^2-3x+m=0$ să aibă semne opuse.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{2,3,4,5\}$, acesta să verifice egalitatea $2^n=n^2$.

5p **5.** Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât punctele $A(1,3)$, $B(2,5)$ şi $C(3,m)$ să fie coliniare.

5p **6.** Să se determine coordonatele punctului B, ştiind că $C(3,5)$ este mijlocul segmentului AB şi că $A(2,4)$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 099

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ cu $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real x astfel încât $A \cdot B = B \cdot A$.

5p **b)** Să se verifice că $A^2 = 4(A - I_2)$, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p **c)** Să se determine numărul real a astfel încât $A^3 - aA^2 + 4A = O_2$, unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

2. Pe $\mathbb{R}$ definim legile de compoziție $x \circ y = x + y + 3$ și $x * y = xy - 3(x + y) + 12$.

5p **a)** Să se verifice că $x * y = (x-3)(y-3)+3$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $(x \circ (x+1)) + (x * (x+1)) = 11$.

5p **c)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x \circ (y-1) = 0 \\ (x+1) * y = x * (y+1) \end{cases}$, $x, y \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 099

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2-3\sqrt[3]{x}$.

5p **a)** Să se verifice dacă $f'(x)=1-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$.

5p **c)** Să se arate că $\frac{x+2}{3}\geq\sqrt[3]{x}$, pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\frac{x^3}{x+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int(x+1)\cdot f(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Folosind faptul că $1\leq(x+1)^2\leq 4$ pentru orice $x\in[0,1]$, să se arate că volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției f, este un număr din intervalul $\left[\frac{\pi}{28},\frac{\pi}{7}\right]$.