EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 093

5p **1.** Să se calculeze $\log_2 3 - \frac{1}{2}\log_2 9$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2.$ Să se calculeze produsul $f(-2)\cdot f(-1)\cdot f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)$.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+mx+2$ .Să se determine numărul real *m* astfel încât minimul funcției să fie egal cu -2.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $2^{\log_2 x}=4$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,3)$. Știind că punctele *B* și *C* sunt simetricele punctului *A* față de axele *Ox*, respectiv *Oy*, să se calculeze lungimea segmentului *BC*.

5p **6.** Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $\sin A=\frac{1}{2}$ și că lungimea razei cercului circumscris triunghiului este egală cu 4.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 093

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A^2)$, unde $A^2 = A\cdot A$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A^3 = 2^3\begin{pmatrix}14 & 13\\ 13 & 14\end{pmatrix}$, unde $A^3 = A^2\cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că matricea A verifică egalitatea $A^2-8A+12I_2=O_2$.

2. Se consideră polinomul $f\in\mathbb{Z}_6[X]$, $f=X^3+\left(\hat{2}a+\hat{1}\right)X+a+\hat{4}$

5p **a)** Să se demonstreze că $b^3=b$, oricare ar fi $b\in\mathbb{Z}_6$.

5p **b)** Să se determine $a\in\mathbb{Z}_6$, ştiind că $f\left(\hat{2}\right)=\hat{0}$.

5p **c)** Pentru $a=\hat{2}$ să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{Z}_6[X]$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 093

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2+1\right)e^x-1$.

5p **a)** Să se verifice dacă $f'(x)=(x+1)^2\cdot e^x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=0$.

5p **c)** Să se arate că $x\,f(x)\geq 0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

2. Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{x^n}{\sqrt{x+1}}$.

5p **a)** Să se determine $\int\left(x+\sqrt{x}\right)dx$, $x>0$.

5p **b)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei *Ox*, a graficului funcției f_1.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_0^1 f_{2008}(x)\,dx\leq\dfrac{1}{2009}$.