EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 088

5p **1.** Să se calculeze suma $2+12+22+\ldots+92$.

5p **2.** Să se arate că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-2x-3$ se află pe dreapta de ecuație $3x+y+1=0$.

5p **3.** Să se compare numerele $a=C_6^2-C_6^4$ şi $b=\log_2\left(2^{-1}\cdot\sqrt{4}\right)$.

5p **4.** Să se calculeze $C_4^2+C_4^3$.

5p **5.** Se consideră punctele distincte A, B şi C. Să se demonstreze că dacă $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$, atunci M este mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 25^\circ+\sin^2 65^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 088

1. În $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=I_3+A,$ unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$

5p **a)** Să se calculeze $A\cdot B.$

5p **b)** Să se calculeze A^2+A^3, unde $A^2=A\cdot A$ şi $A^3=A^2\cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ şi $A\cdot X=X\cdot A,$ atunci există numerele reale a,b,c astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & b & c\\ 0 & a & b\\ 0 & 0 & a\end{pmatrix}.$

2. Se consideră polinomul $f=X^3+aX^2+bX+c$, cu $a,b,c\in\mathbb{R}$ având rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real c ştiind că $f(1)+f(-1)=2a+1$.

5p **b)** Ştiind că $a=-3,\ b=1,\ c=1$, să se determine rădăcinile reale ale polinomului f .

5p **c)** Să se exprime în funcție de numerele reale $a,\ b,\ c$ determinantul $D=\begin{vmatrix}x_1 & x_2 & x_3\\ x_2 & x_3 & x_1\\ x_3 & x_1 & x_2\end{vmatrix}.$

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 088

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x+1$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(1)$.

5p **b)** Să se determine intervalele de convexitate şi de concavitate ale funcţiei f.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\le 3$, pentru orice $x\le 2$.

2. Se consideră funcţiile $f,F:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$ şi $F(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)\cdot\ln x\,dx$.