EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 087

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1}-2=0$.

5p **2.** Se consideră ecuația de gradul al doilea $x^2-x+m=0$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuația să admită soluții de semne contrare.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $\log_2\left(x^2-x-2\right)-\log_2(2x-4)=1$.

5p **4.** Să se determine termenul al patrulea al unei progresii aritmetice știind că primul termen este 2 şi rația este 3.

5p **5.** Să se calculeze $2\sin^2 135^\circ$.

5p **6.** Să se determine aria unui triunghi ABC, știind că $AB=AC=2$ şi $m(\sphericalangle A)=30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 087

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi mulţimea de matrice $G=\left\{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \middle| X^2 = X\right\}$, unde $X^2 = X \cdot X$.

5p **a)** Să se verifice că $A \in G$.

5p **b)** Să se calculeze $\det\left(A^3 - 2A^2 + A\right)$, unde $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\left(2X - I_2\right)^2 = I_2$, oricare ar fi $X \in G$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = xy - \sqrt{2008}\left(x + y\right) + 2008 + \sqrt{2008}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că $x * y = \left(x - \sqrt{2008}\right)\left(y - \sqrt{2008}\right) + \sqrt{2008}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” pe mulţimea $\mathbb{R}$.

5p **c)** Ştiind că legea de compoziţie „$*$” este asociativă, să se calculeze $\left(-\sqrt{2008}\right) * \left(-\sqrt{2007}\right) * \ldots * 0 * \ldots * \left(\sqrt{2007}\right) * \left(\sqrt{2008}\right)$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 087

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x-x$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\ln x$ pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția *f* este convexă pe $(0,+\infty)$.

2. Pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=x^n+1$.

5p **a)** Să se determine $\int f_1(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{f_1(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se arate că $\int_0^1\sqrt{f_n(x)}\,dx\le\sqrt{2}$ pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.