Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 086

5p **1.** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5^{-x}$. Să se calculeze $f(-1)+f(0)+5f(1)$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $(3+2\sqrt{2})^x=(1+\sqrt{2})^2$.

5p **4.** Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6\}$?

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(4,-3)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB.

5p **6.** Să se calculeze $\cos\left(180^\circ-x\right)$, știind că $\cos x=\dfrac{1}{3}$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 086

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi mulţimea de matrice $G=\left\{X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \middle| X^2=-I_2\right\}$, unde $X^2=X\cdot X$.

5p **a)** Să se verifice că $A\in G$.

5p **b)** Să se demonstreze că $\left(\frac{1}{2}\left(X+I_2\right)\right)^2=\frac{1}{2}X$, oricare ar fi $X\in G$.

5p **c)** Să se demonstreze că orice matrice pătratică de ordinul al doilea cu elemente numere reale pentru care avem $AX=XA$ este de forma $X=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+aX^3+bX+c$, cu $a,b,c\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $c=501$, să se demonstreze că $f(1)+f(-1)=1004$.

5p **b)** Pentru $a=-2$, $b=2$ şi $c=-1$ să se determine rădăcinile reale ale polinomului f.

5p **c)** Să se demonstreze că nu există valori reale ale coeficienţilor a,b,c astfel ca f să se dividă cu polinomul $g=X^3-X$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 086

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=e$.

5p **c)** Să se arate că $\ln x\le\frac{x}{e}$ pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcţia $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=1-\sqrt{x}$.

5p **a)** Să se determine $\int f(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia, în jurul axei *Ox*, a graficului funcţiei *f*.

5p **c)** Folosind eventual faptul că $\sqrt{x}\ge x$ pentru orice $x\in[0,1]$ să se arate că $\int_0^1 f^{2008}(x)\,dx\le\frac{1}{2009}$.