EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 081

5p	**1.** Să se arate că $\log_2 \frac{1}{4} - \sqrt[3]{-8} = 0$.
5p	**2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $(2x-1)(x+1) \le -x+11$.
5p	**3.** Să se calculeze suma $2+5+8+\ldots+26$.
5p	**4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x) = -x^2+4x+6.$ Să se arate că $f(x) \le f(2)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(2, m)$, unde m este un număr real. Să se determine numerele reale m pentru care $OM = \sqrt{5}$.
5p	**6.** Să se determine lungimea segmentului BC în triunghiul ABC, știind că $AC = 6,\ AB = 4$ și $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 081

1. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele de ecuații
$AB:\ x+2y-4=0$ şi $CA:\ x-3y-4=0.$

5p **a)** Să se determine coordonatele punctului A.

5p **b)** Să se calculeze aria triunghiului ABC, dacă $A(4,0)$, $B(0,2)$ şi $C(1,-1)$.

5p **c)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$ şi $D(2,a)$ să fie coliniare.

2. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi mulțimile $\mathcal{M}=\left\{\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix} \middle|\ a,b\in\mathbb{R},\ a>0\right\}$ şi
$G=\left\{X \mid X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),\ AX=XA\right\}$.

5p **a)** Să se arate că dacă $X\in\mathcal{M}$ atunci $\det X\neq 0$.

5p **b)** Să se arate că dacă $X\in G$ atunci există $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}x & y\\ 0 & x\end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se arate că G este grup comutativ în raport cu adunarea matricelor.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 081

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, pentru orice $x>0$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0=1$.

5p **c)** Să se arate că $f(x)\geq -1$, pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcția $f_a:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_a(x)=ax+1$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+x+1$ să fie o primitivă a funcției f_a.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_1(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_0^1 f_a^{\,2}(x)\,dx\geq\frac{1}{4}$ pentru orice $a\in\mathbb{R}$.