Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 078

5p **1.** Să se calculeze $\dfrac{P_2 + C_4^1}{A_3^1}$.

5p **2.** Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $x-1, x+1$ și $2x-1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+\ldots+f(4)$.

5p **4.** Să se determine valoarea parametrului real m, știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2-(m-1)x-m=0$ verifică relația $x_1+x_2=2(x_1x_2+4)$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,1)$ și $B(1,-2)$.

5p **6.** Să se demonstreze că într-un triunghi dreptunghic ABC, cu $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, are loc relația $AD^2 = AB\cdot AC\cdot \sin B \sin C$, unde D este piciorul înălțimii din A.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 078

1. În mulțimea matricelor pătratice $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$.

5p **a)** Dacă $A, B \in G$, să se demonstreze că $A + B \in G$.

5p **b)** Să se arate că matricea $C \in G$, obținută pentru $a = 5$ şi $b = 3$, verifică relația $C^2 = 10C - 16I_2$, unde $C^2 = C \cdot C$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Pentru $a, b \in \mathbb{N}$ să se determine o matrice $D \in G$ care are proprietatea că $\det D = 2008$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f(X) = (X+1)^{2008} - (X-1)^{2008}$ care are forma algebrică

$$f = a_{2008}X^{2008} + a_{2007}X^{2007} + ... + a_1X + a_0.$$

5p **a)** Să se determine a_0.

5p **b)** Să se arate că $f(1) + f(-1)$ este număr întreg par.

5p **c)** Să se determine rădăcinile reale ale polinomului f.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 078

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)-\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}=0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

5p **c)** Să se arate că $f\left(\sqrt[3]{2007}\right)\le f\left(\sqrt[3]{2008}\right)$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x$ şi $g(x)=x\cdot e^x$.

5p **a)** Să se calculeze $\int f(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x f(t)dt}{x}$.