Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 077

5p **1.** Să se arate că $\log_2 5 + \log_2 12 - \log_2 30 = 1$.

5p **2.** Să se arate că, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$, parabola asociată funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - mx + m^2 + 1$ este situată deasupra axei Ox.

5p **3.** Să se determine numărul real a, știind că numerele $2^a, 4^a + 1$ și 2^{a+2} sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

5p **4.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{2x+3} = x + 2$.

5p **5.** Să se demonstreze că, în hexagonal regulat $ABCDEF$, are loc relația $\overrightarrow{AD} = 2\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}\right)$.

5p **6.** Să se arate că pentru $x \in \left(0^\circ, 90^\circ\right)$ este adevărată egalitatea $\sin x \cdot \cos\left(90^\circ - x\right) + \cos^2\left(180^\circ - x\right) = 1$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 077

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1), B(1,2)$ și $C_n(n,-n)$, cu $n \in \mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se scrie ecuația dreptei C_4C_2.

5p **b)** Să se arate că oricare ar fi $n \in \mathbb{Z}^*$ punctele O, C_n, C_{n+1}, sunt coliniare.

5p **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC_3.

2. Se consideră matricea $A_x = \begin{pmatrix} 2008^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, pentru $x \in \mathbb{R}$ și mulțimea $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{R}\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se verifice că $I_3 \in G$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$

5p **c)** Să se arate că $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{R}\}$ este grup în raport cu înmulțirea matricelor .

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 077

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-3)\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $F, f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x\cdot e^x$ şi $f(x)=(x+1)e^x$.

5p **a)** Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției *F*, axa *Ox* şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Să se calculeze $\int_0^1 \dfrac{F(x)-f(x)}{e^x+1}\,dx$.