EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiințe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 074

5p **1.** Să se calculeze $C_8^5 - C_8^3$.

5p **2.** Să se determine rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$ ştiind că $b_1 = 3$ şi $b_2 - b_1 = 3$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $\log_2 \sqrt{x+1} = 1$.

5p **4.** Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, ale cărei soluții verifică relațiile $\begin{cases} x+y=11 \\ xy=30 \end{cases}$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(2;5)$ şi este paralelă cu dreapta $x+y-2=0$

5p **6.** Să se calculeze aria dreptunghiului *ABCD* ştiind că $AC = 10$ şi $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 074

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(A^2)$, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p **b)** Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ şi $XA = AX$, atunci există $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se arate că dacă $Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci ecuația $Y^2 = A$ nu are nicio soluție în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$.

5p **a)** Să se calculeze numărul elementelor inversabile în raport cu înmulțirea din inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$.

5p **b)** Se consideră S suma soluțiilor ecuației $\hat{2}x + \hat{1} = \hat{5}$ şi P produsul soluțiilor ecuației $x^2 = x$, unde $x \in \mathbb{Z}_6$. Să se calculeze $S + P$.

5p **c)** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element din inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, acesta să fie soluție a ecuației $x^3 = \hat{0}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 074

1. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R}\setminus\{1, 2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-2)$ și $h(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **a)** Să se demonstreze că $h(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x-2}$.

5p **b)** Să se rezolve ecuația $h'(x) = \dfrac{-1}{(x-2)^2} + \dfrac{1}{x-1}$, unde $x \in \mathbb{R}\setminus\{1, 2\}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\dfrac{f''(x)}{f'(x)} = \dfrac{h'(x)}{h(x)} + \dfrac{f'(x)}{f(x)}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}\setminus\left\{1, \dfrac{3}{2}, 2\right\}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{2007} + x + 1$.

5p **a)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $h : [1, 3] \to \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) - x^{2007} - 1$.

5p **b)** Să se determine primitiva $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a funcției f care verifică condiția $F(0) = 1$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\int_0^x f(t)\,dt}{x^{2008}}$.