EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 073

5p **1.** Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice ştiind că primul termen al progresiei este 7 şi al doilea termen este 9.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația $C_n^2 = 6$.

5p **3.** Să se arate că mulțimea $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0\right\}$ are două elemente, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p **4.** Să se arate că dacă $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$, atunci punctul *C* este mijlocul segmentului *AB*.

5p **5.** Să se rezolve ecuația $\lg(x+4) + \lg(2x+3) = \lg(1-2x)$.

5p **6.** Să se determine lungimile catetelor *AB* şi *AC* ale triunghiului dreptunghic *ABC*, ştiind că $\sin B = \frac{3}{5}$ şi $BC = 15$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 073

1. Se consideră determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ cu $a,b,c \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Ştiind că $a=-1,\ b=0$ şi $c=1$, să se calculeze determinantul Δ.

5p **b)** Să se arate că $\Delta = (a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc\right),\ \forall a,b,c \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Să se rezolve ecuaţia $\begin{vmatrix} 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 2^x \end{vmatrix} = 0,\ x \in \mathbb{R}$.

2. În mulţimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5)$ se consideră submulţimea $G = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5)\ \middle|\ \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} \\ \hat{2}\hat{y} & \hat{x} \end{pmatrix} \right\}$ şi matricele

$I_2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se arate că $I_2 \in G$ şi $O_2 \in G$.

5p **b)** Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A + B \in G$.

5p **c)** Să se verifice că mulţimea G împreună cu operaţia de adunare a matricelor este grup comutativ.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 073

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3}{x^2+1}, & x\le 1\\ \dfrac{2x+a}{x^2+2}, & x>1\end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se determine numărul real *a* astfel încât funcția f să fie continuă în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficului funcției f.

5p **c)** Să se determine numărul real *a* astfel încât panta tangentei la grafic în punctul $x_0=2$ să fie egală cu 1.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{x^2}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=e-1$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$.

5p **c)** Să se demonstreze că $1\le\int_0^1 f(x)\,dx\le e$.