**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
# Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.**
**Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

## SUBIECTUL I (30p) – Varianta 067

5p **1.** Să se arate că $C_5^1 + 1 = 3!$

5p **2.** Să se determine punctele de intersecție ale graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ cu axele de coordonate.

5p **3.** Să se calculeze lungimea laturii *AC* a triunghiului *ABC* ştiind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$, $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ şi că $AB=10$.

5p **4.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(5,-4)$ şi $B(0,8)$. Să se calculeze lungimea segmentului *AM*, unde $M$ este mijlocul segmentului $AB$.

5p **5.** Să se demonstreze că pentru orice $m\in\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + mx - m^2 - 1 = 0$ are două soluții reale distincte.

5p **6.** Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, ştiind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen şi primul termen este egală cu 4.

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 067**

**1.** Se consideră sistemul $\begin{cases} ax+2y=0 \\ 4x+y=0 \end{cases}$, $a\in\mathbb{R}$ şi $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $A\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ matricea sistemului.

Notăm $A^2=A\cdot A$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Pentru $a=-1$ să se rezolve sistemul de ecuaţii.

**5p** **b)** Să se verifice egalitatea $A^2-(a+1)A+(a-8)I_2=O_2$.

**5p** **c)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ ştiind că matricea $A$ verifică egalitatea $A^2=9I_2$.

**2.** Pe mulţimea numerelor întregi se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+11$.

**5p** **a)** Să se arate că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.

**5p** **b)** Să se rezolve ecuaţia $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ 6\ ori\ x}=1$.

**5p** **c)** Să se demonstreze că $(\mathbb{Z},\circ)$ este grup comutativ.

**SUBIECTUL III (30p) – Varianta 067**

**1.** Se consideră funcțiile $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x^2+4$ și $g(x)=x^3-5x^2+8x-4$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)-g'(x), x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\ge 0$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

**2.** Se consideră funcțiile $f, F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+\dfrac{x-1}{x}$ şi $F(x)=e^x+x-\ln x$.

5p **a)** Să se demonstreze că funcția $F$ este o primitivă pentru funcția $f$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^2 x\left(F(x)-x+\ln x\right)dx$.

5p **c)** Să se determine parametrul real $m$ astfel încât aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $f$, axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ să fie egală cu $e^m-2$.