EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 060

5p **1.** Să se rezolve ecuația $3^{x^2+x}=9$.

5p **2.** Să se calculeze lungimea laturii AC a triunghiului ABC ştiind că $AB=10$, $BC=15$ şi $m(\sphericalangle B)=60^\circ$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale numărului m ştiind că valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2mx+3m$ este egală cu 2.

5p **4.** Să se calculeze $C_{2008}^2-C_{2007}^2-C_{2007}^1$.

5p **5.** Să se determine domeniul maxim de definiție D al funcției $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\lg(2x-3)$.

5p **6.** Să se determine coordonatele punctului M care aparține dreptei AB şi care este egal depărtat de punctele $A(1;-1)$ şi $B(5;-3)$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 060

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi mulţimea $C(A)=\left\{X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid XA=AX\right\}$.

5p **a)** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$, astfel încât $A\cdot\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}=I_2$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A\cdot B=A$, unde $B=A^2-2I_2$ şi $A^2=A\cdot A$.

5p **c)** Să se arate că dacă $X\in C(A)$, atunci există $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & 3b\\ b & a\end{pmatrix}$.

2. Se consideră mulţimea $G=(-1,1)$ şi legea de compoziţie $x*y=\dfrac{x+y}{1+xy}$, $\forall x,y\in G$.

5p **a)** Să se rezolve în G ecuaţia $x*x=\dfrac{4}{5}$.

5p **b)** Să se verifice egalitatea $x*y=\dfrac{(x+1)(y+1)-(x-1)(y-1)}{(x+1)(y+1)+(x-1)(y-1)}$, $\forall x,y\in G$.

5p **c)** Să se arate că pentru oricare $x,y\in G$ rezultă că $x*y\in G$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 060

5p **1. a)** Să se studieze continuitatea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}-x+1, & x<1\\ 2x-1, & x\geq 1\end{cases}$ în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se calculeze derivata funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-15x^2+24x-1$.

5p **c)** Să se determine numărul real pozitiv a astfel încât $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-a^2}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}=32$.

2. Se consideră funcțiile $f_n:[1,2]\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\ldots+\dfrac{1}{x+n}$, unde $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_1^2 f_0(x)\,dx$.

5p **b)** Pentru $n\in\mathbb{N}$ să se calculeze aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f_n, axa Ox şi dreptele $x=1$, $x=2$.

5p **c)** Știind că F este o primitivă a funcției f_1, să se arate că funcția $G:[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $G(x)=F(x)-\dfrac{5}{6}x$ este crescătoare.