Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 055

5p **1.** Să se compare numerele 2^2 și $\log_2 32$.

5p **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx^2-x+1$ să conțină punctul $A(2,3)$.

5p **3.** Să se determine numerele reale x pentru care este verificată egalitatea $\sqrt{x^2+1}=2$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_n^2 = C_n^1 + 2,\ n \in \mathbb{N}$.

5p **5.** Să se calculeze valoarea expresiei $E(x)=x^2-4x-1$ pentru $x=2+\sqrt{5}$.

5p **6.** Să se calculeze numărul $\sin 60^\circ \cdot \cos 150^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 055

1. În mulțimea matricelor pătratice $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

Se notează $A^n = \underbrace{A\cdot\ldots\cdot A}_{de\ n\ ori},\ n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se arate că $A+A^2=2A$.

5p **b)** Să se determine matricele $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),\ X=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$, astfel încât $\det(X+A)=2$.

5p **c)** Știind că $A^n=A,\ \forall n\in\mathbb{N}^*$, să se demonstreze că $A+2A^2+\ldots+nA^n=\frac{n(n+1)}{2}A,\ \ \forall n\in\mathbb{N}^*$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+mX+1,\ m\in\mathbb{R}$ și x_1,x_2,x_3 rădăcinile sale.

Se definește $S_n=x_1^n+x_2^n+x_3^n$, pentru $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se determine numărul real m astfel încât $x_1=2$.

5p **b)** Să se arate că $S_3+S_2+mS_1+3=0$.

5p **c)** Să se arate că pentru orice număr par $m\in\mathbb{Z}$ polinomul f nu are rădăcini raționale.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 055

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3^x+1, & x\le 1\\ ax+2, & x>1\end{cases}$.

5p **a)** Să se determine valoarea parametrului real *a* astfel încât funcția f să fie continuă în punctul $x_0=1$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\left(f(x)-1\right)\cdot x\right)$.

2. Se consideră funcția $F:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$.

5p **a)** Să se determine funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ astfel încât funcția F să fie o primitivă pentru funcția f.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția F este descrescătoare pe $[0,+\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\frac{1}{6}\le\int_0^1 F(x)\,dx\le\frac{1}{2}$.