EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 054

5p **1.** Să se calculeze $\log_3 5 + \log_3 6 - \log_3 10$.

5p **2.** Să se determine valoarea maximă a funcției $f:[-1,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 3$.

5p **3.** Să se determine valorile reale ale parametrului m știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 + (m-1)x + 3 = 0$ verifică egalitatea $x_1 = 3x_2$.

5p **4.** Să se determine punctele de intersecție ale graficelor funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x - 1$ și $g(x) = x + 4$.

5p **5.** Să se verifice egalitatea $C_{n+1}^{n} - C_{n+1}^{1} = 0$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

5p **6.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$ și $B(4,4)$. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului AB.

54 **SUBIECTUL II (30p) – Varianta 054**

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x-2y+3z=-3 \\ 2x+y+z=4 \\ mx-y+4z=1 \end{cases}$, unde m este un parametru real şi A matricea sistemului.

5p **a)** Să se arate că pentru orice m număr real tripletul $(0,3,1)$ este soluție a sistemului.

5p **b)** Să se determine valorile parametrului real m pentru care sistemul admite soluție unică.

5p **c)** Pentru $m \neq 3$, să se rezolve sistemul.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se arate că $x * y = 2(x-3)(y-3)+3$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $5^x * 5^x = 11$.

5p **c)** Să se determine elementele simetrizabile în raport cu legea "$*$".

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 054

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in(0,\infty)$.

5p **b)** Să se arate că funcţia f este convexă pe $(0,\infty)$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$.

2. Se consideră funcţiile $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=m^2x^2+mx+1$, unde $m\in\mathbb{R}^*$.

5p **a)** Să se demonstreze că primitivele funcţiilor f_m sunt funcţii crescătoare, pentru orice $m\in\mathbb{R}^*$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1\left(f_1(x)-x^2-1\right)e^x\,dx$.

5p **c)** Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ pentru care aria suprafeţei plane determinate de graficul funcţiei f_m, axa Ox şi dreptele $x=0$, $x=1$ are valoare minimă.