EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 052

5p **1.** Să se calculeze $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{2}$.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații $2x + y - 4 = 0$ și $x + y - 3 = 0$.

5p **3.** Să se determine numărul real pozitiv x, știind că șirul $1, x, x+2, 8, \ldots$ este progresie geometrică.

5p **4.** Să se calculeze lungimea laturii AC a triunghiului ABC știind că $BC = \sqrt{2}$, $m(\sphericalangle BAC) = 30^\circ$ și $m(\sphericalangle ABC) = 45^\circ$.

5p **5.** Să se determine valorile reale ale numărului m pentru care $x = 5$ este soluție a ecuației $m^2(x-1) = x - 3m + 2$.

5p **6.** Să se rezolve ecuația $\sqrt{4x^2 + 6x + 3} = x + 2$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 052

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. Se notează $A^n=\underbrace{A\cdot\ldots\cdot A}_{de\ n\ ori}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se demonstreze că $A^2=3A$.

5p **b)** Să se calculeze $\det\left(A^{10}\right)$.

5p **c)** Să se determine inversa matricei $B=A+I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Se consideră mulțimea $G=(0,\infty)\setminus\{1\}$ şi operația $x\circ y=x^{3\ln y}$, $\forall x,y\in G$.

5p **a)** Să se determine mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x\circ e=1$, unde e este baza logaritmului natural.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ y\in G$, pentru $\forall x,y\in G$.

5p **c)** Să se arate că operația „$\circ$” este asociativă pe mulțimea G.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 052

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} ax-6, & x<4 \\ \sqrt{x}, & x\geq 4 \end{cases}$, unde a este parametru real.

5p **a)** Să se determine valoarea reală a lui a, astfel încât funcția f să fie continuă în punctul $x_0=4$.

5p **b)** Să se calculeze $f'(9)$.

5p **c)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(9,3)$.

2. Pentru oricare $n\in\mathbb{N}$ se consideră funcțiile $f_n:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_0(x)=1$ și $f_{n+1}(x)=\int_0^x f_n(t)\,dt$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze $f_1(x)$, unde $x\in[0,\infty)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $f_0(x)+f_1(2x)\leq e^{2x}$, pentru oricare $x\in[0,\infty)$

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f_2(x), x\in[0,1]$.