Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 048

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 3$ și $a_3 = 7$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Să se determine numerele reale *m* pentru care punctul $A(m,-1)$ aparține graficului funcției *f*.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $\log_5(2x+3) = 2$.

5p **4.** Să se calculeze numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi cu 5 elemente.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-2)$, $B(1,2)$ și $C(2,-1)$. Să se calculeze distanța de la punctul *C* la mijlocul segmentului *AB*.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC* în care $AB = 8$, $AC = 8$ și $m(A) = 30^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 048

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Se notează $X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \ldots \cdot X}_{de\ n\ ori}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze X^2.

5p b) Să se determine inversa matricei X.

5p c) Să se determine numărul real r astfel încât $X^3 = 3X^2 + rX + I_3$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 2^{x+y}$.

5p a) Să se calculeze $2008 \circ (-2008)$.

5p b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $x \circ x^2 = 64$.

5p c) Să se demonstreze că nu există $x, y, z \in \mathbb{R}$ pentru care $(x \circ y) \circ z = 2^z$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 048

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x(x+1)}$.

5p **a)** Să se arate că $f(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}, \forall x>0$

5p **b)** Să se arate că $f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{x^2}$, pentru orice $x>0$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\,f(x)\,f\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$.

2. Se consideră integralele $I_n=\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}}\frac{1}{x^n\left(x^2+1\right)}dx$, unde $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se verifice că $I_0+I_2=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$.

5p **b)** Utilizând identitatea $\dfrac{1}{x\left(x^2+1\right)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{x}{x^2+1}$ adevărată pentru orice $x\neq 0$, să se determine I_1.

5p **c)** Să se arate că $I_n+I_{n-2}=\dfrac{1}{n-1}\left(1-\dfrac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^{n-1}}\right)$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.