EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 047

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 7$ şi $a_7 = 37$. Să se calculeze suma primilor zece termeni ai progresiei.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7-x$. Să se calculeze $f(1)\cdot f(2)\cdot\ldots\cdot f(7)$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $2^{\sqrt{x-1}} = 4$.

5p **4.** Să se calculeze $C_7^5 - C_6^5 - C_6^4$.

5p **5.** Să se determine numărul real pozitiv a astfel încât distanța dintre punctele $A(2,-1)$ şi $B(-1,a)$ să fie egală cu 5.

5p **6.** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral care are lungimea înălțimii egală cu $3\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 047

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine matricea A^2, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p **b)** Să se demonstreze că $A^3 = 4A^2 - 5A + 2I_3$, unde $A^3 = A^2 \cdot A$.

5p **c)** Să se determine numerele reale m, n, p astfel încât $A^{-1} = mA^2 + nA + pI_3$, unde A^{-1} este inversa matricei A.

2. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} = \dfrac{1}{2} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -2 \end{cases}$.

5p **a)** Să se calculeze $x_1x_2x_3$.

5p **b)** Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$, ştiind că ecuația $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ are soluțiile x_1, x_2, x_3.

5p **c)** Să se determine soluțiile sistemului.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 047

1. Se consideră funcţia $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in[1,\infty)$.

5p **b)** Să se arate că funcţia f este descrescătoare pe $[1,2]$.

5p **c)** Folosind faptul că $1\le x\le x^2\le 2$, oricare ar fi $x\in\left[1,\sqrt{2}\right]$, să se demonstreze inegalitatea $x^2-x\le 2\ln x$, pentru orice $x\in\left[1,\sqrt{2}\right]$.

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}$ se consideră integralele $I_n=\int_2^3\frac{x^n}{x^2-1}\,dx$.

5p **a)** Să se arate că $I_0=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$

5p **b)** Să se calculeze I_1.

5p **c)** Să se demonstreze că $I_{n+2}-I_n=\frac{3^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.