EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 046

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1 = 1$ și $b_2 = 3$. Să se calculeze b_4.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 - x + m = 0$ cu soluțiile x_1 și x_2. Să se determine numărul real m pentru care $\dfrac{1}{x_1+1} + \dfrac{1}{x_2+1} = -\dfrac{3}{4}$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x-2} = 0$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element n al mulțimii $\{1,2,3,4\}$ acesta să verifice inegalitatea $3^n > n^3$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-1)$ și $B(3,1)$. Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului MNP știind că $MN = 10$, $NP = 4$ și $m(\sphericalangle MNP) = 60°$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 046

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi mulțimea

$G=\left\{M(x,y) \mid M(x,y)=xI_2+yA,\ x,y\in\mathbb{R}\right\}\subset\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Să se determine inversa matricei $M(1,1)$.

5p **c)** Să se determine matricele inversabile din mulțimea G.

2. În mulțimea $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f=X^3+pX^2+1$ cu rădăcinile x_1,x_2,x_3 şi $p\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(-p)$.

5p **b)** Să se determine $p\in\mathbb{R}$ pentru care polinomul f este divizibil cu $x-1$.

5p **c)** Să se calculeze în funcție de $p\in\mathbb{R}$ suma $x_1^4+x_2^4+x_3^4$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 046

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ dată prin $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$.

5p **a)** Să se arate că $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$, pentru orice $x\neq 1$.

5p **b)** Să se determine punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că pentru orice $a<1$ şi $b>1$ are loc inegalitatea $f(a)-f(b)\le -8$.

2. Se consideră funcția $f:\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int f^2(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^5 \sqrt{2x-1}\,dx$.

5p **c)** Ştiind că $F:\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$ definită prin $F(x)=\dfrac{2x-1}{3}\sqrt{2x-1}$ este o primitivă a lui f, să se arate că $\int_1^5 f(x)\cdot F^{2008}(x)\,dx=\dfrac{3^{6027}-1}{2009\cdot 3^{2009}}$.