EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 042

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\ge 1}$ în care $a_1 = 6$ și $a_2 = 5$. Să se calculeze a_7.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3$. Să se rezolve inecuația $f(x) \le 12$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $4^x - 6\cdot 2^x + 8 = 0$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine câte numere formate din 4 cifre distincte se pot forma cu elementele din mulțimea *A*.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$, $B(1,1)$ și $C(0,-2)$. Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

5p **6.** Să se calculeze $\cos 10° + \cos 20° + \cos 160° + \cos 170°$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 042

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se verifice că $A^2=2I_2$, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Să se determine $x\in\mathbb{R}$ astfel încât $\det\left(A-xI_2\right)=0$.

5p **c)** Să se rezolve în $\mathcal{M}_2\left(\mathbb{R}\right)$ ecuația $AX=XA$.

2. Se consideră mulțimea $G=\left\{a+b\sqrt{2}\,\middle|\, a,b\in\mathbb{Z},\ a^2-2b^2=1\right\}$.

5p **a)** Să se verifice că $3+2\sqrt{2}\in G$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\cdot y\in G$, pentru $\forall x,y\in G$.

5p **c)** Să se arate că orice element din mulțimea G are invers în G în raport cu înmulțirea numerelor reale.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 042

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2008}+2008^{x}$.

5p **a)** Să se determine $f'(x), x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)-f'(0)}{x}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x\left(x^{2}+1\right)}$ și $g(x)=\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Să se verifice că $\int_{1}^{e} g(x)\,dx=1$.

5p **b)** Folosind identitatea $f(x)=g(x)-\dfrac{x}{x^{2}+1}$ adevărată pentru orice $x>0$, să se calculeze $\int_{1}^{e} f(x)\,dx$.

5p **c)** Utilizând inegalitatea $f(x)\le\dfrac{1}{2x^{2}}$, adevărată pentru orice $x\in[1,e]$, să se arate că $\ln\dfrac{e^{2}+1}{2}\ge\dfrac{e+1}{e}$.