EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 038

5p **1.** Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1 = 2$ și $b_2 = 6$. Să se calculeze b_5.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+2$. Să se determine numerele reale *m* pentru care minimul funcției f este egal cu $-\frac{1}{4}$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $3^{2x-5}=3^{x^2-8}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_x^2=21,\ x\in\mathbb{N}$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1,1)$ și are panta egală cu 1.

5p **6.** În triunghiul *ABC* se cunosc $AB = AC = 6$ și $BC = 6\sqrt{3}$. Să se calculeze $\cos B$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 038

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+3y+2z=b \\ x-2y+az=5 \\ x+y+4z=4 \end{cases}$, unde $a,b\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.

5p **b)** Pentru $a=-1$ şi $b=2$ să se rezolve sistemul.

5p **c)** Să se determine numărul real b, ştiind că (x_0,y_0,z_0) este soluţie a sistemului şi că $x_0+y_0+z_0=4$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(x)=\begin{pmatrix} 1 & x & 2x^2+2x \\ 0 & 1 & 4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(0)+f(1)$.

5p **b)** Să se arate că $f(1)\cdot f(-1)=I_3$ unde $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 038

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p **c)** Știind că $g:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$ este funcția definită prin $g(x)=f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)$, să se determine $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)+g(x^2)+g(x^3)+\ldots+g(x^{2008})+x^{2010}}{x^{2009}}$.

2. Se consideră integralele $I_n=\int_e^{e^2} x\ln^n x\,dx$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze I_0.

5p **b)** Să se arate că $I_n\le I_{n+1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.

5p **c)** Utilizând metoda integrării prin părți să se demonstreze că are loc relația $I_n=\dfrac{e^2\left(e^2\cdot 2^n-1\right)}{2}-\dfrac{n}{2}I_{n-1}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.