

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 037

- 5p** 1. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^{x^2} = 16$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x$. Să se calculeze $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(10)$.
- 5p** 3. Să se rezolve ecuația $\sqrt{x^2 - x - 2} = x - 2$.
- 5p** 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{3, 4, 5, 6\}$, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1) \geq 20$.
- 5p** 5. Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(2, -4)$ față de punctul $B(1, -2)$.
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin^2 80^\circ + \sin^2 10^\circ$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 037

1. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se determine numerele a, b și c astfel încât $A + F = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

5p b) Să se arate că pentru $a = c = 0$ și $b = -1$ matricea A este inversa matricei F .

5p c) Să se rezolve ecuația $F \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, unde $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$.

2. Pe mulțimea \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = 2xy - x - y + 1$.

5p a) Să se arate că $x * y = xy + (1 - x)(1 - y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.

5p c) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $x * (1 - x) = 0$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 037

1. Se consideră funcția $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \frac{x - \ln x}{x + \ln x}$.

5p a) Să se verifice că $f(1) + f(e) = \frac{2e}{1+e}$.

5p b) Să se arate că $f'(x) = \frac{2(\ln x - 1)}{(x + \ln x)^2}$, oricare ar fi $x \in [1, +\infty)$.

5p c) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției $g : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$g(x) = \frac{f'(x)}{(f(x) + 1)^2}.$$

2. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ și $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

5p a) Să se arate că $\int_0^1 f'(x) dx = \ln 2$.

5p b) Să se demonstreze că $\int g(x) dx = f(x) + C$.

5p c) Să se calculeze $\int_1^2 \frac{g(x)}{f^2(x)} dx$.