Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 033

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 4$. Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.

5p **2.** Se se determine funcția de gradul al doilea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(2m+1)x+3$, $m\in\mathbb{R}$, al cărei grafic are abscisa vârfului egală cu $\frac{7}{2}$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $3^{2x-1}=3^{5-x}$.

5p **4.** Să se calculeze $A_5^2-P_3$.

5p **5.** Se consideră punctul *A*(2,3). Să se determine numărul real *m* pentru care punctul *A* se află pe dreapta $d: 2x-y+m=0$.

5p **6.** În triunghiul *MNP* se cunosc $MN=4$, $NP=6$ și $m(\sphericalangle MNP)=45^\circ$. Să se calculeze aria triunghiului *MNP*.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 033

1. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & c \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| \, a,b,c \in \mathbb{Z} \right\}$.

5p **a)** Dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, să se calculeze AB.

5p **b)** Să se demonstreze că dacă $X, Y \in M$, atunci $XY \in M$.

5p **c)** Să se demonstreze că dacă $X \in M$ şi $AX = XA$ pentru orice $A \in M$, atunci există $p \in \mathbb{Z}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f = \left(X^2 - 2X + 1\right)^2 - a^2$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Ştiind că $a = 0$ să se determine soluțiile ecuației $f(x) = 0$.

5p **b)** Să se verifice că $f = \left(X^2 - 2X + 1 + a\right)\left(X^2 - 2X + 1 - a\right)$.

5p **c)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care polinomul f are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 033

1. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-\dfrac{2e^x}{x+e^x}$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{2e^x(1-x)}{\left(x+e^x\right)^2}$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Să se arate că $-1\le f(x)\le\dfrac{1-e}{1+e}$, oricare ar fi $x\ge 0$.

2. Pentru orice număr natural nenul n se consideră integralele $I_n=\int_0^1\dfrac{x^n}{x+1}dx$.

5p **a)** Să se calculeze I_1.

5p **b)** Să se arate că $I_{n+1}+I_n=\dfrac{1}{n+1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **c)** Utilizând eventual inegalitatea $\dfrac{x^n}{2}\le\dfrac{x^n}{x+1}\le x^n$, adevărată pentru orice $x\in[0,1]$ și $n\in\mathbb{N}^*$, să se demonstreze că $\dfrac{1}{2}\le 2009\cdot I_{2008}\le 1$.