Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 031

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 1$ și $a_5 = 13$. Să se calculeze a_{2008}.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 + mx + 2 = 0$ cu soluțiile x_1 și x_2. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $2^{x^2-x} = 4$.

5p **4.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (m^2 - 1)x + m + 1$. Să se arate că $f(1) \geq -\frac{1}{4}$, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$, $B(2,3)$ și $C(3,1)$. Să se determine coordonatele punctului D astfel încât patrulaterul $ABDC$ să fie paralelogram.

5p **6.** Să se calculeze $\cos 80^\circ + \cos 100^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 031

1. Se consideră mulțimea $M=\left\{A(a,b)=\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} \middle| \ a,b\in\mathbb{R}\right\}$ şi matricea $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A(1,1)$.

5p **b)** Să se demonstreze că dacă $A,B\in M$, atunci $A+B\in M$.

5p **c)** Să se arate că $\det\left(I_2-A(0,b)\right)\neq 0$, oricare ar fi $b\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră inelul polinoamelor $\mathbb{Z}_3[X]$.

5p **a)** Pentru $g\in\mathbb{Z}_3[X]$, $g=\left(X+\hat{2}\right)^2\left(X+\hat{1}\right)$, să se calculeze $g\left(\hat{0}\right)$.

5p **b)** Dacă $f\in\mathbb{Z}_3[X]$, $f=X^3+\hat{2}X$, să se arate că $f(x)=\hat{0}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{Z}_3$.

5p **c)** Să se determine toate polinoamele $h\in\mathbb{Z}_3[X]$, care au gradul egal cu 3 şi pentru care $h\left(\hat{0}\right)=h\left(\hat{1}\right)=h\left(\hat{2}\right)$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 031

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\ln x$.

5p **a)** Să se arate că $f'(x)=x(2\ln x+1)$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x\ln x}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq-\frac{1}{2e}$, pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definite prin $f(x)=1+\ln x$ şi $g(x)=x\ln x$.

5p **a)** Să se arate că g este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)\cdot g(x)dx$.

5p **c)** Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=1$ şi $x=e$.