Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 030

5p **1.** Să se calculeze suma $1+2+2^2+2^3+...+2^7$.

5p **2.** Să se arate că $(x-1)(x-2)>x-3$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $\sqrt{2x+3}=x$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice inegalitatea $n^2\le 2^n$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele de ecuații $d_1:-2x-my+3=0$ și $d_2:mx+y-5=0$. Să se determine numerele reale m pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt paralele.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 30^\circ-\cos 45^\circ+\sin 60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 030

1. Se consideră sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x+ay+a^2z=a \\ x+by+b^2z=b \\ x+cy+c^2z=c \end{cases}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$, sunt distincte două câte două.

5p **a)** Să se rezolve sistemul pentru $a=0$, $b=1$ şi $c=2$.

5p **b)** Să se verifice că $\det(A)=(a-b)(b-c)(c-a)$, unde A este matricea asociată sistemului.

5p **c)** Să se demonstreze că soluţia sistemului nu depinde de numerele reale a,b şi c.

2. Se consideră mulţimea $M=\left\{A(a)=\begin{pmatrix}2a & -a \\ 2a & -a\end{pmatrix} \middle| a\in\mathbb{R}\right\}$. Pentru $A\in M$ se notează $A^n=\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{de\ n\ ori}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Să se arate că $(A(a))^2=aA(a)$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se arate că dacă $X,Y\in M$, atunci $XY\in M$.

5p **c)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $(A(a))^2+(A(a))^3=2A(a)$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 030

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+e^x$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

5p **b)** Să se arate că funcția *f* este convexă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $f'(x)-f''(x)+f(x)=e^x-3$.

2. Pentru orice număr natural n se consideră integralele $I_n=\int_0^1 x(1+x)^n\,dx$.

5p **a)** Să se calculeze I_1.

5p **b)** Utilizând faptul că $(1+x)^n\le(1+x)^{n+1}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}$ şi $x\in[0,1]$, să se arate că $I_{2008}\ge I_{2007}$.

5p **c)** Folosind eventual identitatea $x(1+x)^n=(1+x)^{n+1}-(1+x)^n$, adevărată pentru orice $n\in\mathbb{N}$ şi $x\in\mathbb{R}$, să se arate că $I_n=\frac{n\cdot 2^{n+1}+1}{(n+1)(n+2)}$.