EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 021

5p **1.** Să se calculeze $2\log_3 4 - 4\log_3 2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Să se calculeze $f(0)+f(1)+\ldots+f(5)$.

5p **3.** Să se determine mulțimea valorilor reale ale x pentru care $-4\le 3x+2\le 4$.

5p **4.** Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale reprezentării grafice a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x^2+2x+8$, cu axa Ox.

5p **5.** Dacă $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}=\vec{0}$**,** să se determine valoarea raportului $\dfrac{AB}{BC}$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 021

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3&1&1\\0&3&1\\0&0&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&3&4\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și funcția $f:\mathcal{M}_3(\mathbb{R})\to\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $f(X)=X^2-3X+I_3$, unde $X^2=X\cdot X$.

5p **a)** Să se calculeze $\det(I_3+B)$.

5p **b)** Să se demonstreze că $f(A)=I_3+B$.

5p **c)** Să se arate că $\left(f(A)\right)^3=I_3+3B+3B^2$, unde $\left(f(A)\right)^3=f(A)\cdot f(A)\cdot f(A)$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi se definesc legile de compoziție $x*y=x+y-3$ și $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $x\circ x=x*x$.

5p **b)** Să se determine numărul întreg a care are proprietatea că $x\circ a=3$, oricare ar fi numărul întreg x.

5p **c)** Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases}x*(y+1)=4\\(x-y)\circ 1=5\end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 021

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția *f* admite două puncte de extrem.

5p **c)** Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3^x+3^{-x}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

5p **b)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei *Ox*, a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R},\ g(x)=3^{-x}$.

5p **c)** Să se arate că orice primitivă F a funcției *f* este concavă pe $(-\infty,0]$ și convexă pe $[0,+\infty)$.