Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 018

5p **1.** Să se calculeze $\log_2 3+\log_2 \frac{1}{3}$.

5p **2.** Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice inegalitatea $n!<50$.

5p **3.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $2^x-14\cdot 2^{-x}=-5$.

5p **4.** Să se demonstreze că pentru orice *a* real, ecuația de gradul al doilea $(1+\cos a)x^2-(2\sin a)x+1-\cos a=0$ admite soluții reale egale.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră vectorii $\overrightarrow{OA}(2,-3)$ și $\overrightarrow{OB}(1,-2)$. Să se determine numerele reale α și β pentru care vectorul $3\overrightarrow{OA}-5\overrightarrow{OB}$ are coordonatele (α,β).

5p **6.** Raza cercului circumscris triunghiului *ABC* este $\frac{3}{2}$, iar $BC=3$. Să se calculeze $\sin A$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 018

1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ A = \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} \middle|\ a, b \in \mathbb{Z},\ a^2 = 1 \right\}$.

5p **a)** Să se verifice dacă matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și respectiv $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ aparțin mulțimii G.

5p **b)** Să se determine matricea $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ astfel încât $\begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} = aI_2 + bB$, $\forall a, b \in \mathbb{Z}$.

5p **c)** Să se demonstreze că inversa oricărei matrice din G este tot o matrice din G.

2. Se consideră polinomul cu coeficienți raționali $f = X^3 + aX^2 - 5X + 14$ și suma $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

5p **a)** Să se determine numărul rațional a astfel încât polinomul f să admită rădăcina $x_1 = -2$.

5p **b)** Pentru $a = -4$ să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.

5p **c)** Pentru $a = -4$ să se demonstreze egalitatea $S_3 + 42 = 4S_2 + 5S_1$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 018

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)^2+(x-1)^2$.

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=4x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f'(x)\le e^{4x}$-1, pentru orice $x\in\mathbb{R}$

2. Se consideră funcţiile $I_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definite prin $I_0(x)=e^x$ şi $I_{n+1}(x)=\int_0^x I_n(t)dt$ pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

5p **a)** Să se calculeze $I_1(1)$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{I_2(x)}{x+1}$.

5p **c)** Să se demonstreze că $I_2(x)\ge 0,$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.