EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 014

5p **1.** Să se demonstreze că, dacă $a \in \mathbb{R}^*$, atunci ecuația $ax^2 - (2a+1)x + a + 1 = 0$ are două soluții reale distincte.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 11x + 30$. Să se calculeze $f(0) \cdot f(1) \cdot ... \cdot f(6)$.

5p **3.** Să se rezolve ecuația $2^{x+3} - 2^x = 28$.

5p **4.** Se consideră 10 puncte, oricare 3 necoliniare. Câte drepte trec prin cel puțin 2 puncte din cele 10.

5p **5.** Să se calculeze lungimea segmentului *AB*, determinat de punctele $A(2,3)$ și $B(5,-1)$, în reperul cartezian xOy.

5p **6.** Să se calculeze perimetrul triunghiului *ABC* știind că $AB = 2$, $BC = 4$ și $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 014

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p **a)** Să se calculeze A^2+A, unde $A^2=A\cdot A$.

5p **b)** Ştiind că $A^n=\begin{pmatrix}5^n & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $\forall n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$ şi $A^n=\underbrace{A\cdot A\cdot ...\cdot A}_{de\ n\ ori}$, să se rezolve ecuaţia $\det\left(A^n\right)=2\cdot 5^n-125$.

5p **c)** Să se determine matricea $B=A+A^2+\cdots+A^{2008}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+mX^2+n$, unde $m,n\in\mathbb{R}$. Rădăcinile polinomului sunt x_1,x_2,x_3,x_4.

5p **a)** Să se determine $m,n\in\mathbb{R}$ ştiind că polinomul f admite rădăcinile $x_1=0$ şi $x_2=1$.

5p **b)** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât rădăcinile polinomului să verifice relaţia $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=2$.

5p **c)** Pentru $m=1$ şi $n=1$ să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 014

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(e)$.

5p **b)** Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ a graficului funcției f.

5p **c)** Să se demonstreze că $x^e \le e^x$ pentru orice $x>0$.

2. Se consideră funcția $f:[-4,4]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{16-x^2}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^4 f^2(x)\,dx$.

5p **b)** Să se verifice că $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \dfrac{x}{f(x)}\,dx=0$.

5p **c)** Utilizând eventual inegalitatea $\sqrt{ab}\le\dfrac{a+b}{2}$, cu $a,b\in(0,+\infty)$, să se demonstreze că $0\le\int_0^m f(x)\,dx\le 8$, oricare ar fi $m\in[0,2]$.