EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 012

5p **1.** Să se determine soluțiile reale ale inecuației $\frac{2x+3}{x^2+x+1} \geq 1$.

5p **2.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctele $A(2,3)$ și $B(-3,-2)$.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-25$. Să se calculeze $f(-5)\cdot f(-4)\cdot\ldots\cdot f(0)\cdot\ldots\cdot f(4)\cdot f(5)$.

5p **4.** Să se demonstreze că, dacă x_1 este soluție a ecuației $x^2-2008x+1=0$, atunci $x_1+\frac{1}{x_1}=2008$.

5p **5.** Să se rezolve ecuația $C_n^2=28,\ n\in\mathbb{N}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC de arie egală cu 6, cu $AB = 3$ și $BC = 8$. Să se calculeze $\sin B$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 012

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$ din $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Pentru orice $X\in\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se notează cu $X\cdot X=X^2$.

5p **a)** Să se verifice că $A=I_3+B$.

5p **b)** Să se calculeze suma A^2+B^2.

5p **c)** Să se calculeze inversa matricei A^2.

2. Pe mulțimea numerelor reale se defineşte legea de compoziție $x\circ y=xy+7(x+y)+42$.

5p **a)** Să se calculeze $\sqrt{2}\circ(-\sqrt{2})$.

5p **b)** Să se verifice că $x\circ y=(x+7)(y+7)-7$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Ştiind că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă, să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=x$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 012

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=x-2\ln x$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq \ln\dfrac{e^2}{4},\ \forall x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţiile $f_m:[0,1]\to\mathbb{R}$ definite prin $f_m(x)=m^2x^2+(m^2-m+1)x+1$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int f_1(x)\,dx$.

5p **b)** Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_0(x)\,dx$.

5p **c)** Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât $\int_0^1 f_m(x)\,dx=\dfrac{3}{2}$.