EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 008

5p **1.** Să se determine a 2008-a zecimală a numărului $0,(285714)$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Să se determine punctul care aparține graficului funcției f și are abscisa egală cu ordonata.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2^x+2^{x+3}=36$.

5p **4.** Să se calculeze $\sin^2 130^\circ+\cos^2 50^\circ$

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul A(1,1) şi este paralelă cu dreapta $4x+2y+5=0$

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului *ABC* știind că $AB=2\sqrt{3}$, $AC=\sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 008

1. Se consideră matricele $X=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$. Definim matricele $A=X\cdot Y^t$ şi $B(a)=aA+I_3$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi Y^t este transpusa matricei Y.

5p **a)** Să se arate că matricea $A=\begin{pmatrix}1&2&-3\\2&4&-6\\3&6&-9\end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se calculeze determinantul matricei A.

5p **c)** Să se arate că matricea $B(a)$ este inversabilă, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

2. Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbb{Z}_5[X]$, $f=(\hat{3}a+\hat{3}b)X^2+\hat{2}X+\hat{2}a+\hat{3}b$ şi $g=\hat{2}X^2+\hat{2}X+\hat{3}a+\hat{2}b$.

5p **a)** Să se determine $a,b\in\mathbb{Z}_5$, astfel încât cele două polinoame să fie egale.

5p **b)** Pentru $a=b=\hat{2}$, să se calculeze în $\mathbb{Z}_5$ suma $f(\hat{0})+f(\hat{1})+f(\hat{2})+f(\hat{3})+f(\hat{4})$.

5p **c)** Pentru $a=b=\hat{2}$ să se rezolve în $\mathbb{Z}_5$ ecuația $f(x)=\hat{0}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 008

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\setminus\{e\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1-\ln x}$.

5p **a)** Să se calculeze $f(1)+f\left(\dfrac{1}{e}\right)$.

5p **b)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{2}{x(1-\ln x)^2}$, $\forall x\in(0,\infty)\setminus\{e\}$.

5p **c)** Să se determine ecuaţia asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcţiei *f*.

2. Se consideră funcţiile $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ date prin $f(x)=e^x$ şi $g(x)=\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Să se calculeze primitivele funcţiei $f+g$.

5p **b)** Să se arate că $\int\limits_1^2 (f^2(x)+g^2(x))\,dx=\dfrac{e^4-e^2+1}{2}$.

5p **c**) Folosind eventual faptul că $2ab\le a^2+b^2$, pentru orice $a,b\in\mathbb{R}$, să se demonstreze că $\int\limits_1^2 e^x\cdot\dfrac{1}{x}\,dx\le\dfrac{e^4-e^2+1}{4}$.