EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 007

5p **1.** Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_1x_2$ știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 2x - 2 = 0$.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 4x$. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $f(x) - 1 \geq 4x$.

5p **3.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$.

5p **4.** Să se calculeze $\log_3 27 - \log_2 8$.

5p **5.** Se consideră punctele $A(1,a)$, $B(2,-1)$, $C(3,2)$ și $D(1,-2)$. Să se determine numărul real a știind că dreptele *AB* și *CD* sunt paralele.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC* cu *AB* = 5, *AC* = 6 și *BC* = 7. Să se calculeze $\cos A$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 007

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze matricea B^2, unde $B^2 = B\cdot B$.

5p **b)** Să se verifice că $A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -4\\ -2 & 3\end{pmatrix}$.

5p **c)** Să se arate că $C^4 = 6^4\cdot I_2$, unde $C = B^2 + A^{-1}$ şi $C^4 = C\cdot C\cdot C\cdot C$.

2. Fie polinoamele $f = X^3 + aX^2 + X + \hat{1}$ şi $g = X + \hat{3}$ din inelul $\mathbb{Z}_5[X]$.

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{Z}_5$, astfel încât polinomul f să fie divizibil cu polinomul g.

5p **b)** Pentru $a=\hat{1}$, să se arate că $f=(X+\hat{1})(X^2+\hat{1})$.

5p **c)** Pentru $a=\hat{1}$, să se rezolve în inelul $(\mathbb{Z}_5,+,\cdot)$ ecuația $f(x)=\hat{0}$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 007

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+x^2$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

5p **b)** Să se demonstreze că funcția f nu are asimptotă către $+\infty$.

5p **c)** Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x(1+\ln x)}$.

5p **a)** Să se calculeze $\int\limits_1^e f'(x)\,dx$.

5p **b)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $[1,+\infty)$.

5p **c)** Să se determine numărul real $a\in\left(1,e^2\right)$ astfel încât aria suprafeței plane determinate de graficul funcției *f*, axa *Ox*, dreptele de ecuații $x=a$ și $x=e^2$ să fie egală cu $\ln\dfrac{3}{2}$.