EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 006

5p **1.** Să se calculeze a^2+b^2, știind că numerele a și b au suma egală cu 4 și produsul egal cu 3.

5p **2.** Fie funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$ și $g(x)=x+4$. Să se calculeze coordonatele punctelor de intersecție ale graficelor funcțiilor *f* și *g*.

5p **3.** Să se demonstreze că pentru orice $x\in\mathbb{R}$ numerele 3^x-1, 3^{x+1} și $5\cdot 3^x+1$ sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea $A=\left\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},...,\sqrt{10}\right\}$, acesta să fie rațional.

5p **5.** Să se determine numărul real a știind că dreptele $2x-y+3=0$ și $ax+2y+5=0$ sunt paralele.

5p **6.** Se consideră triunghiul *ABC* cu *AB* = 1, *AC* = 2 și $BC=\sqrt{5}$. Să se calculeze $\cos B$.

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 006

1. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\ \hat{1},\ \hat{2},\ \hat{3},\ \hat{4},\ \hat{5}\}$.

5p **a)** Să se rezolve ecuația $\hat{2}x+\hat{5}=\hat{1},\ x\in\mathbb{Z}_6$.

5p **b)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}\hat{1} & \hat{2} & \hat{3}\\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1}\\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2}\end{vmatrix}$ în $\mathbb{Z}_6$.

5p **c)** Să se rezolve în $\mathbb{Z}_6$ sistemul de ecuații $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{4}\\ x+\hat{2}y=\hat{5}\end{cases}$.

2. Se consideră mulțimea $G=\{A_x \mid x\in\mathbb{Z}\}$, unde matricea $A_x=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ x & 0 & 1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Să se verifice că $A_x\cdot A_y=A_{x+y}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}$.

5p **b)** Să se determine elementul neutru din grupul $(G,\cdot)$.

5p **c)** Să se arate că funcția $f:\mathbb{Z}\to G,\ f(x)=A_x$ este morfism între grupurile $(\mathbb{Z},+)$ și $(G,\cdot)$.

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 006

1. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

5p **b)** Să se verifice că $f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}$, oricare ar fi $x\geq 0$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\frac{1}{2}\leq f(x)\leq 2$ pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Pentru orice $n\in\mathbb{N}$ se consideră funcțiile $I_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definite prin $I_0(x)=1$ şi $\mathrm{I}_{n+1}(x)=\int_0^x I_n(t)\,dt$.

5p **a)** Să se calculeze $I_1(x)$.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției I_2, axa Ox şi dreptele de ecuații $x=0$ şi $x=1$.

5p **c)** Să se demonstreze că $I_0(x)+I_1(x)+I_2(x)\leq e^x$ pentru oricare $x\in[0,\infty)$.