Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Caraş-Severin

REVISTA DE MATEMATICĂ

A ELEVILOR ŞI PROFESORILOR

DIN JUDEŢUL CARAŞ-SEVERIN

Nr. 39, An XIII – 2012

Acest număr al revistei are avizul Comisiei pentru publicaţii a SSMR

Editura „Neutrino”
Reşiţa, 2012

Titlul: Revista de matematică a elevilor şi profesorilor din judeţul Caraş-Severin
I.S.S.N. 1584-9481

Mobil: 0741017700
www.neutrino.ro
E-mail: contact@neutrino.ro

CUPRINS

Cuvinte potrivite

● Convorbirea nu este rodnică decât între cugete devotate întăririi surprinderilor lor.

Emil Cioran

● Pentru omul entuziast nu există criterii, perspective şi calcul, ci numai frământare, abandonare şi dăruire.

Emil Cioran

● Vor putea tăia toate florile, nu vor putea însă opri primăvara.

Pablo Neruda

● Spontaneitatea este produsul unor lungi meditații.

Pablo Neruda

● Fiecare copil pe care-l instruim este un om pe care-l câştigăm.

Victor Hugo

● Omul nu este un cerc cu un singur centru, este o elipsă cu două focare: faptele şi ideile.

Victor Hugo

● Nu există nici plante rele, nici oameni răi, nu există decât proşti cultivatori.

Victor Hugo

● Una din prejudecățile lumii noastre este de a pune etichete, de a clasifica totul; oamenilor li se pare că au şi înțeles ceea ce au clasat.

Octavian Paler

● Fericirea nu înseamnă să ai ceea ce doreşti, ci să doreşti ceea ce ai.

Octavian Paler

● A iubi înseamnă, poate, a lumina partea cea mai frumoasă din noi.

Octavian Paler

Matematica...altfel (partea a IX-a)

Ioan Dăncilă, Bucureşti

Să vă pun o întrebare: Care-i cifra cea mai mare?

Desigur 9. În sanscrită, 9 se numeste *nevan* - neva înseamnă număr nou - se anunță în acelaşi timp un sfârşit, dar şi un început. Se anunță o noutate, nu atât în numirea numerelor, cât mai ales în reprezentarea lor (se alcătuiesc şi se numără "pachete") şi în scrierea lor (o singură cifră nu mai este suficientă).

O nouă cunoaştere, o nouă regulă, numerele mai mari decât 9 nu mai pot fi şi cifre, ele sunt **compuse** din cifre.

În simbolistică, 9 reprezintă veşnicia, desăvârşirea ; este numărul sacru al Fecioarei Maria.

Antichitatea a relevat 9 muze, infernul şi paradisul evului mediu erau, fiecare, alcătuite din câte 9 sfere după unii, 9 cercuri după alții. Mandalele bazate pe multiplicările lui 9 simbolizează la indieni universul. La chinezi *jiu* (nouă) este numărul eternității, un număr a cărei importanță le eclipsează pe toate celelalte.

În zicerile romanilor 9 este foarte aproape de nesfârşit, de nelimitat, imposibil de cuprins, ascunde o exagerare: peste 9 mări şi țări este o depărtare greu de imaginat, o vitejie fără seamăn se datorează celor 9 vieți ale eroului, o fericire deosebită te situeaza în al noulea cer.

În matematică, 9 este un pătrat perfect, suma a primelor trei numere impare. Se poate scrie utilizând cifrele 1,2 si 3 câte o singură dată în multiple feluri: $12-3$, $(1+2)\times 3$, 2^3+1, $\left(1\times 3\right)^2$, $3!+2!+1!$

Totodată, 9 este şi cel mai mic număr Kaprekar: $9^2=81$ şi $8+1=9$. Scris în baza 2, ne aminteşte de numărul Sherezadei.

Faptul că $9=10-1$ îi conferă numărului 9 proprietăți interesante, cea mai cunoscută fiind regula de verificare: *regula lui 9.* Atenție însă, verificarea corectitudinii unui calcul prin regula lui 9 este o condiție necesară, nu şi suficientă !

Concursul de Matematică al Revistei RMCS, Ediția a VII-a, 17 martie 2012, Oțelu-Roşu

prezentare de Lucian Dragomir

1. Organizare

Concursul a fost precedat, ca în fiecare an, de selectarea elevilor participanţi la Oţelu-Roşu; aceasta a constat în corectarea soluțiilor la problemele de concurs publicate în revistă în numerele 35, 36, 37 şi 38 de către o comisie formată din Nicoleta Toader, Heidi Feil, Iulia Cecon, Lucian Dragomir; calificarea elevilor s-a făcut, ca de obicei, în ordinea descrescătoare a punctajelor obținute. S-au calificat 132 de elevi din clasele II – XII. Concursul a avut loc în data de 17.03.2012 şi a fost găzduit, din nou, de Liceul Bănățean din Oțelu-Roşu; mulțumim şi pe această cale organizatorilor, în special Doamnelor Directoare Rozina Ghiorghioni şi Daniela Chelbea, profesorilor de matematică şi **tuturor cadrelor didactice ale şcolii gazdă,** care au depus eforturi deosebite pentru a transforma, şi în acest an, acest concurs într-un eveniment chiar reuşit. Deschiderea Concursului a avut loc la ora 9, concursul s-a desfăşurat între orele 10 – 13, a urmat activitatea de evaluare şi, la ora 17, mult aşteptata festivitate de premiere.

2. Sponsori, alte activități

Costul mesei de prânz, de altfel foarte bună (oferită doar profesorilor din păcate), ca şi *întregul fond de premiere*, a fost suportat şi în acest an de Consiliul Local şi Primăria oraşului Oțelu-Roşu, la care s-au adăugat câteva sponzorizări ale unor persoane apropiate de matematică. Toți elevii participanți au primit câte o diplomă de calificare (pentru că o meritau prin simplul fapt că au ajuns să concureze), iar cei câştigători au primit diplomă de premiere, precum şi premii. Noutatea acestei ediții a constat în faptul că premiile acordate nu au mai fost în bani, ci în cărți, credem noi, deosebit de valoroase, aşadar utile şi, în premieră, în **medalii**! Nu putem povesti despre asta, trebuia să fi fost acolo pentru a vedea chipul copiilor în momentul în care au fost medaliați. Cheltuieli colaterale necesare bunei desfăşurări a concursului au fost posibile folosind fonduri proprii ale Filialei (provenite din cotizațiile membrilor şi din vânzarea revistei, care, una peste alta, nu aduce beneficii decât minore din punct de vedere financiar; câştigurile sunt, credem, în plan intelectual...).

În mod special, se cuvine să mulțumim, din nou, efectiv din suflet Domnului Primar al oraşului Oțelu-Roşu, **Iancu Simion – Simi**, care a fost trup şi suflet, de la începuturile acestui concurs, alături de noi, simțind că orice manifestare care adună minți luminate într-o comunitate va aduce, cândva, lumină în comunitate. Şi nu în ultimul rând, mulțumiri Domnului Viceprimar al localității gazdă, Enache Dragoş, care a susținut permanent cauza şcolii, a performanței în matematică în special, ca o certitudine a viitoarelor împliniri. Cei care cred altceva...ajunge să nici nu ne mai intereseze; altcineva îi va judeca.

3. Subiecte

Subiectele au fost selectate şi în acest an de profesorii Mihai Monea (Deva) şi Lucian Dragomir(Oțelu – Roşu) (nu se poate să nu remarcați, din nou, că *multe dintre probleme sunt preluate din Gazeta Matematică, revista care n-ar trebui să lipsească de pe masa niciunui pasionat de matematică.* Puteți să vă abonați la orice oră, trebuie numai să întrebați.. . Alte probleme au fost prelucrări din RMCS....(subiecte, bareme de corectare, rezultate – toate le puteți găsi la adresa: www.neutrino.ro).

4. Comisia de evaluare.

Nr.	Nume, prenume	Şcoala	Ciclul (clasa)
1	Felicia Laitin	Lic. Băile Herculane	Clasa a II-a
2	Lidia Todor	Lic. Ped. Caransebeş	Clasa a II-a
3	Nicoleta Toader	Lic. Bănățean Oțelu Roşu	Clasa a II-a
4	Florica Fetescu	Şcoala Gen. nr. 2 Reşița	Clasa a II-a
5	Costa Moatăr	Şcoala Gen. nr. 9 Reşița	Clasa a III-a
6	Alina Guță	C.N.Tr. Lalescu Reşița	Clasa a III-a
7	Mihaela Mregea	Şcoala Gen. nr. 2 Reşița	Clasa a III-a
8	Mariana Mitrică	Şcoala Gen. nr. 9 Reşița	Clasa a III-a
9	Camelia Staicu	Lic. Băile Herculane	Clasa a III-a
10	Elisaveta Vlăduț	Şcoala Gen. nr. 2 Reşița	Clasa a IV-a
11	Neta Novac	Şcoala Gen. nr. 12 Reşița	Clasa a IV-a
12	Anesia Didraga	Lic. Ped. Caransebeş	Clasa a IV-a
13	Constanța Chiriac	Şc. Romul Ladea Oravița	Clasa a IV-a
14	Adina Belu	Şcoala Gen. nr. 9 Reşița	Clasa a IV-a
15	Adrian Dragomir	Lic. Tr. Doda Caransebeş	Clasa a V-a
16	Camelia Coandă	Şcoala Gen. nr. 8 Reşița	Clasa a V-a
17	Aurica Lazarov	Lic. G. Dragalina Oravița	Clasa a V-a
18	Mircea Iucu	Reşița	Clasa a V-a
19	Camelia Pîrvu	Şc. Romul Ladea Oravița	Clasa a VI-a
20	Heidi Feil	Lic. Bănățean Oțelu Roşu	Clasa a VI-a
21	Daniela Suciu	Scoala gen.3 Oțelu Roşu	Clasa a VI-a
22	Oana Cococeanu	Studentă, UVT Timişoara	Clasa a VI-a

23	Vasile Chiş	Şcoala Gen. nr. 9 Reşiţa	Clasa a VII-a
24	Mariana Iancu	Şc. Romul Ladea Oraviţa	Clasa a VII-a
25	Costel Bolbotină	Lic. Băile Herculane	Clasa a VII-a
26	Basti Ştefănigă	Student, UVT Timişoara	Clasa a VII-a
27	Irina Avrămescu	Şcoala Gen. nr. 9 Reşiţa	Clasa a VIII-a
28	Mariana Drăghici	Şcoala Gen. nr. 2 Reşiţa	Clasa a VIII-a
29	Mihai Lazarov	L. Gen. Dragalina Oraviţa	Clasa a VIII-a
30	Carina Atinge	Studentă, UVT Timişoara	Clasa a VIII-a
31	Adriana Dragomir	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu	Liceu
32	Iulia Cecon	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu	Liceu
33	Antoanela Buzescu	Lic. Ped. Caransebeş	Liceu
34	Mihaela Puşcaşu	Masterand UVT Timişoara	Liceu
35	Adrian Lascu	ISJ Caraş Severin	Liceu
36	Ovidiu Bădescu	C.N. Traian Lalescu Reşiţa	Liceu
37	Lucian Dragomir	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu	Liceu

4. Premianţii (punctaje obţinute).

Clasa a II a

Premiul I	Murguleţ Alexandru (28)	Lic. Hercules B. Herculane
Premiul II	Glosic Dragoş (27)	Şcoala Gen. Nr. 12 Reşiţa
Premiul III	Imbrescu Cosmin (26)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Menţiune	Boc Alissia Driada (24)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Milcu Irina (21)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Melca Laurian (20)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Menţiune	Rusu Adelin Dumitru (18)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa

Clasa a III-a

Premiul I	Boloca Mădălina (28)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Premiul I	Feil Nadia (28)	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu
Premiul II	Ţucă Williger Andra (27,5)	Şc. Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Anton Iulia (26,5)	Lic. Eftimie Murgu Bozovici
Menţiune	Oniga Nicoleta (25,5)	Lic. Eftimie Murgu Bozovici
Menţiune	Bolbotină Flavia (24,5)	Lic. Hercules B. Herculane
Menţiune	Dumitru Ana-Maria (23,5)	Şcoala Romul Ladea Oraviţa
Menţiune	Jula Diandra Melinda (23)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Dumitru Maria (22)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Stuparu Daniel (22)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Schelean Alexandra (22)	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu

Clasa a IV-a

Premiul I	Lazarov Andrei (28)	Lic. Gen. Dragalina Oravița
Premiul I	Pădurean Daniel (28)	C.N. Traian Lalescu Reșița
Premiul II	Ciobanu Elena (26)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Premiul III	Iacob Rareş (25)	Lic. C.D. Loga Caransebeş
Menţiune	Voinea Nicoleta (21,5)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Menţiune	Kovacs Iulia (21)	C.N. Traian Lalescu Reşiţa
Menţiune	Negrea Alexandra (21)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Menţiune	Mureşan Eliza (20,5)	Şcoala Romul Ladea Oraviţa
Menţiune	Racoceanu Rareş (20,5)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Menţiune	Davidescu Olivia (20)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Menţiune	Milencovici Radoliub (20)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa

Clasa a V-a

Premiul I	Potocean Teodora (28)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Premiul II	Bolbotină Gabriel (26)	Lic Băile Herculane
Premiul III	Butoi Drăghici Alina (22,5)	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu
Menţiune	Bălănoiu Ana-Maria (19)	C.N. Traian Lalescu Reşiţa
Menţiune	Voiţ Iulia (19)	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu
Menţiune	Apati Richard Stefan (18)	C.N. Traian Lalescu Reşiţa
Menţiune	Jumanca Patricia (17,5)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa

Clasa a VI-a

Premiul I	Milencovici Merima (19)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Premiul II	Gherasim Daniel (14)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Premiul III	Imbrescu Raluca (11)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa
Menţiune	Zaharia Flavia (10)	Şcoala Gen. Nr. 9 Reşiţa

Clasa a VII-a

Premiul I	Firanda Denysa (24)	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu
Premiul II	Hrenyak Alexia (19,5)	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu
Premiul III	Ardelean Andra (17)	Lic. C.D. Loga Caransebeş
Menţiune	Epuraş Georgian (16)	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu
Menţiune	Janţu Petre Marin (14,5)	Lic. Bănăţean Oţelu Roşu
Menţiune	Ionescu Robert (12,25)	Liceul Traian Doda Caransebeş

Clasa a VIII-a

Premiul I	Balmez Andrada (27,5)	Şcoala Romul Ladea Oraviţa
Premiul II	Ciobanu Anca (27)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa
Premiul III	Neaţu Monica (22,5)	Şcoala Gen. Nr. 2 Reşiţa

Mențiune	Szatmari Larisa (17)	Lic. Bănățean Oțelu Roşu
Mențiune	Toader Răzvan (19)	Lic. Bănățean Oțelu Roşu
Mențiune	Rus Daniel (16)	Şcoala Gen. Nr. 8 Reşița

Clasa a IX-a

Premiul I	Dinulică Petru Gusti (23)	Lic. C.D. Loga Caransebeş
Premiul I	Ştefănescu N. Andrei(23)	Lic. Bănățean Oțelu Roşu
Premiul II	Ciulu Miruna (14)	C.N. T. Lalescu Reşița

Clasa a X-a

Premiul I	Ban Ioana (14)	Lic. Traian Doda Caransebeş
Premiul II	Pop Silvia (8)	Lic. Traian Doda Caransebeş
Premiul III	Adam Alina (7)	Liceul Bănățean Oțelu Roşu
Mențiune	Băilă Diana (5)	Liceul Bănățean Oțelu Roşu

Clasa a XI-a

Premiul I	Stoicănescu Gelu (18)	Lic. G. Moisil Timişoara
Mențiune	Krocoş Lorena (8)	Liceul Bănățean Oțelu Roşu
Mențiune	Buzuriu Lucian (6)	Liceul Bănățean Oțelu Roşu

Clasa a XII-a

Premiul I	Semenescu Anca (20)	Lic. C.D. Loga Caransebeş
Premiul III	Bugariu Răzvan (12)	Liceul Bănățean Oțelu Roşu
Premiul III	Duma Andrei (12)	Liceul Bănățean Oțelu Roşu

5. Despre subiecte, soluții şi premianți, comentarii personale.

Clasa a II-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de elevul **Alexandru Murguleț** de la Liceul Hercules din Băile Herculane care, având mâna dreaptă ruptă, a încercat, în ultimele două săptămâni premergătoare concursului, să învețe să scrie cu mâna stângă! Ce să mai spunem despre acest copil extraordinar, despre dascălul său, părinții săi, dacă premiul a fost obținut cu punctaj maxim !!!!

○ **Problema 3 (la care au obținut punctaj maxim doar 3 elevi, în rest 5 puncte şi apoi, din păcate, prea puține puncte).**

● *Un rucsac în care sunt şase conserve identice (în rest niciun alt obiect) cântăreşte trei kilograme. Dacă în rucsac se mai pun încă 12 conserve de acelaşi fel, acesta va cântări cinci kilograme.*

Cât cântăreşte rucsacul gol ?

Soluție redactată în concurs, exact după cum urmează, de către elevul Dragoş Glosic (antrenor Doamna Neta Novac) :

1) Aflăm cât cântăresc 12 conserve :

$$5kg - 3kg = 2kg \quad \text{(cântăresc 12 conserve).}$$

Dacă 12 conserve cântăresc 2 kg înseamnă că jumătate, adică 6 conserve, cântăresc 1 kg.

2) Aflăm cât cântăreşte rucsacul gol :

$$3kg - 1kg = 2kg \ \text{(cântăreşte rucsacul gol).}$$

Observație: Nu putem decât să lăudăm logica acestor copii, efortul dascălilor lor pentru că încearcă să îi învețe să gândească corect, mai ales că, oferind această problemă unor elevi de liceu am primit răspunsuri absolut surprinzătoare, bun, să spunem că din cauza superficialității tratatării chestiunii, ştiind că e de nivel elementar...

○ **Problema 4 (la care au obținut punctaj maxim doar 4 elevi).**

În clasa a II-a A sunt 13 fete. Fiecare dintre ele are un coleg de bancă. Andrei şi Radu nu stau cu fete în bancă şi nici nu stau împreună în aceeaşi bancă, iar Şerban şi Dragoş stau în aceeaşi bancă. Niciuna dintre bănci nu este goală. Aflați câte bănci şi câți elevi sunt în clasa a II-a A.

RMCS 36, enunț modificat

Soluție redactată în concurs de acelaşi Dragoş Glosic:

1) Dcă (aşa a scris copilul, a uitat o literă !) Andrei şi Radu nu stau împreună în bancă şi nu stau cu fete în bancă atunci ocupă 2 bănci.
2) Aflăm câte bănci sunt în clasa a II-a A:

$$13 + 2 + 1 = 16 \text{(bănci), pentru că niciuna nu este goală.}$$

3) Aflăm acum câți elevi sunt în clasa a II-a A:

$$13(fete) + 13(baieti) + 2(baieti) + 2(baieti) = 30(elevi) .$$

Părerea noastră: frumos, lăudabil.

Clasa a III-a

○ Premiul I şi medalii de aur au fost acordate, cu mare şi mult drag, elevelor **Mădălina Boloca şi Nadia Feil.** Este foarte mult de discutat, poate, aici. Încercăm să o facem.

○ Mereu am primit semnale că Mădălina e de excepție, am văzut şi noi prin ce scrie şi cum scrie şi cum redactează, aşadar cum gândeşte...
de dincolo, adică de aici, de la Nadia, aveam semnale că e tot un copil de excepție...nu am făcut nicio diferență (aşa cum nu am făcut niciodată !!!, Doamne, câți ştiu oare asta ?)...aşadar, cele două fete au reuşit să obțină punctaj maxim...nu putem decât să le felicităm încă odată, pe ele, pe dascălii lor, plus părinții care îşi doresc, în lumea aceasta plină de

incertitudini, să imprime copiilor personali calea spre învățătură.. Nu putem continua aici fără a spune că ne e foarte drag, am mai spus-o, că foarte aproape de medalia de aur s-au situat copii din Bozovici, Oravița, Reşița, Băile Herculane. Toate acestea nu pot decât să ne convingă să continuăm acest demers.

○ **Problema 4.**

Părinții i-au trimis la mici cumpărături pe cei doi copii: Şerban şi Dragoş. La întoarcere de la magazin, cei doi au purtat următoarea discuție:

Şerban : *Ce bine e să fii cel mai mic ! Eu car o plasă de trei ori mai grea decât a ta şi tu ai acolo numai zahăr !*

Dragoş : *Bine ! Dacă îmi dai cutia aia de suc care cântăreşte două kilograme, o să ducem până acasă fiecare aceeaşi greutate. Eşti mulțumit ?*

Cât zahăr duce acasă Dragoş ?

Supliment Gazeta Matematică 12/ 2012

Soluție redactată în concurs, aproximativ în aceeaşi formă, de elevele Dumitru Maria Alexia (antrenor Elisaveta Vlăduț), Nadia Feil (antrenor Luminița Orszari şi Heidi Feil probabil), Mădălina Boloca (antrenor Elisaveta Vlăduț) :

Facem un desen figurativ, frumos şi explicit, cu linii, puncte şi segmente, ca şi cel prezentat în concurs şi postat pe www.neutrino.ro, apoi: dacă Şerban îi dă lui Dragoş o cutie de suc care cântăreşte 2 kg şi vor avea de dus apoi greutăți egale, asta înseamnă că 2 kg este egal cu un *segment* (o *parte* au scris alții).

1) Câte kg duce Şerban ? $2kg \times 3 = 6kg$ (Şerban)
2) Câte kg de zahăr duce Dragoş acasă ?
3) $6kg : 3 = 2kg$ (duce Dragoş acasă).

Clasa a IV-a

○ Premiul I şi medalii de aur au obținut, cu punctaj maxim, elevii **Andrei Lazarov** şi **Daniel Pădurean.**

○ **Problema 4.**

*Se spune că un număr natural x este **frumos** dacă există numerele naturale nenule diferite y şi z astfel încât $x + y + z = 2012$.*

Arătați că :

a) *numărul 2000 este **frumos**.*
b) *numărul 2010 nu este **frumos.***
c) *există numere **frumoase** m şi n pentru care numărul $m+n$ este **frumos.***

Soluție redactată în concurs de cei doi medaliați cu aur (antrenați de Ildiko Stoenescu, respectiv Alina Guță) :

a) Numărul 2000 este ***frumos*** pentru că există două numere diferite nenule, de exemplu $y=5, z=7$ pentru care $2000+y+z=2012$; trebuie subliniat că nu era necesar să scriem toate perechile (y,z) pentru care 2000 are atributul de ***frumos***.

b) Dacă 2010 ar fi ***frumos,*** atunci ar exista $y,z\in\mathbb{N}, y\neq z$, pentru care $y+z=2$; această egalitate este posibilă însă doar dacă $y=z=1$ sau $y=0, z=2$ sau $y=2, z=0$, care contravin ipotezei

c) Să zicem că $m=1100$; acesta este ***frumos*** deoarece putem lua $y=400$ şi $z=512$ astfel încât $m+y+z=2012$. Pentru $n=900$, putem lua $t=500, u=612$ şi avem $n+t+u=2012$, deci şi n este ***frumos.*** Cum $m+n=2012$, problema s-a încheiat. S-a remarcat deasemenea că problema admite mai multe soluții.

Clasa a V-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute, cu punctaj maxim, de eleva **Teodora Aura Potocean** (antrenor Marius Şandru).

○ **Problema 4.**

Andrei a rezolvat luni un sfert din problemele pe care şi le-a propus pentru o săptămână, marți a rezolvat o treime din cele rămase, iar miercuri a rezolvat jumătate din cele nou rămase şi a constatat că i-au mai rămas de rezolvat 12 probleme.

Câte probleme şi-a propus să rezolve Andrei în acea săptămână ?

Soluție dată de Gabriel Bolbotină (antrenor Costel Bolbotină) , copil excepțional, pe care o scăpare de 2 puncte la prima problemă l-a privat de medalia de aur. Față de cele 4 pagini scrise de el, Teodora a scris totul pe 3 pagini, scurt şi la obiect, absolut încântător (ceea ce nu eclipsează în nici un fel meritele lui Gabriel). Să revenim la soluție:

Notăm numărul problemelor pe care şi le-a propus Andrei spre rezolvare cu $4x$ (inteligentă alegere!). Luni a rezolvat aşadar $4x:4=x$ probleme şi i-au mai rămas $4x-x=3x$. Marți a rezolvat $3x:3=x$ probleme, deci i-au mai rămas de rezolvat $3x-x=2x$ probleme. Miercuri a rezolvat $2x:2=x$ probleme şi astfel $2x-x=x=12$, deci $4x=48$ de probleme.

Clasa a VI-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de eleva **Merima Nicole Milencovici** (antrenor Mariana Drăghici).

○ Se pare că, deşi subiectele au fost preluate din RMCS sau Gazeta Matematică sau au fost de genul celor publicate în ultimii ani, nivelul de dificultate a fost prea mare. Vom prezenta aşadar soluțiile problemelor la care nu s-au obținut 7 puncte de către nici un elev.

○ **Problema 1.**

Se spune că un triplet (x, y, z) *de numere întregi nenule este* ***interesant*** *dacă*

$$6x - 7y - 8z = 0 .$$

a) *Arătați că există cel puțin două triplete* ***interesante.***

b) *Arătați că, dacă* (a, b, c) *este un triplet* ***interesant,*** *atunci* $\dfrac{b \cdot (3c + 2b - a)}{10}$ *este număr întreg.*

RMCS 37, enunț modificat

Soluție:

a) Era, evident, suficient să oferim pur şi simplu două triplete, de exemplu $(5, 2, 2)$ şi $(10, 4, 4)$, cu o simplă verificare !

b) Din $6a - 7b - 8c = 0$ se deduce că $7b = 2(3a - 4c)$, aşadar $b = 2k, k \in \mathbb{Z}^*$ (adică b este număr par); pe de altă parte putem scrie $5(a - b - c) = 2b + 3c - a \Rightarrow 2b + 3c - a = 5p, p \in \mathbb{Z}$.

Cum $(2,5) = 1$, concluzia este imediată.

○ **Problema 4.**

O mulțime M de numere raționale are următoarele proprietăți :

1) $6 \in M, 12 \in M$.

2) dacă $x \in M, y \in M$ *, atunci* $\left(\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3}\right) \in M$

3) dacă $(2x + 3y) \in M$ *, atunci* $(x + y) \in M$.

Arătați că :

a) Mulțimea M conține cel puțin două numere naturale consecutive.

b) Mulțimea M conține cel puțin trei numere prime.

c) există $a, b, c, d \in M$*, distincte două câte două, astfel încât* $a + b = c + d$.

Lucian Dragomir

Soluție:

a) $x = 6 \in M, y = 12 \in M \overset{2)}{\Rightarrow} 7 \in M$, aşadar mulțimea conține numerele consecutive 6 şi 7 (sigur că se puteau obține şi alte numere);

b) $x = 6 \in M, y = 6 \in M \overset{2)}{\Rightarrow} 5 \in M$, apoi $(2 \cdot 1 + 3 \cdot 1) \in M \overset{3)}{\Rightarrow} 2 \in M$, aşadar avem numerele prime 2, 5 şi 7 în mulțime;

c) $x = 12 \in M, y = 12 \in M \overset{2)}{\Rightarrow} 10 \in M$, apoi $x = 10 \in M, y = 3 \in M \overset{2)}{\Rightarrow} 6 \in M$. Deci, se pot lua $a = 2, b = 7, c = 3, d = 6$.

Clasa a VII-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de către **eleva Denysa Firanda** (antrenor Heidi Feil)

○ Vom prezenta soluția singurei probleme pe care Denysa nu a rezolvat-o complet (au rezolvat-o însă alți 4 concurenți) :

○ **Problema 4.**

Punctul D este mijlocul laturii (AC) a triunghiului ABC, iar (DE şi (DF sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ADB$ *, respectiv* $\sphericalangle CDB$.

Arătați că, dacă $EF \cap DB = \{M\}$ *, atunci* $EF = 2 \cdot DM$.

Concurs Rusia

Soluție (prezentată aproximativ în această formă de către elevii Alexia Hrenyak, Andra Ardelean, Marin Petre Janțu şi Victor Jura, antrenori Heidi Feil şi Lavinia Moatăr) :

Folosind teorema bisectoarei şi reciproca teoremei lui Thales, avem $\frac{BE}{EA} = \frac{BD}{DA} = \frac{BD}{DC} = \frac{FB}{FC} \Rightarrow EF \parallel AC$, de unde, imediat se deduce că $\frac{EM}{MF} = \frac{AD}{DC} = 1$. Calcule facile conduc la $m(\sphericalangle EDF) = 90^o$ şi, deoarece *MD* este mediană în triunghiul dreptunghic *EDF*, ajungem la $MD = \frac{EF}{2}$.

Clasa a VIII-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de **Andrada Balmez** (antrenor Camelia Pîrvu); la doar jumătate de punct s-a situat în clasament **Anca Ciobanu** (antrenor Marius Şandru). Rezultatele obținute sunt cu adevărat lăudabile deoarece subiectele propuse nu au fost deloc uşoare.

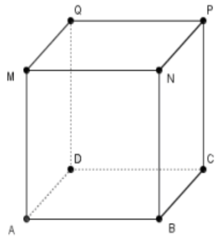
○ Vom prezenta aşadar două dintre problemele la care majoritatea concurenților au obținut punctaje foarte mici:

○ **Problema 3.**

Se consideră cubul din figura de mai jos, cu lungimea muchiei egală cu 5. Planul (ANQ) intersectează planele (MBC), (MCD), (MDB) după dreptele d_1, d_2 *, respectiv* d_3 .

a) Arătați că dreptele d_1, d_2, d_3 *sunt concurente două câte două.*

b) Demonstrați că aria triunghiului format de cele trei drepte este mai mică decât 2.



Soluție (problemă rezolvată perfect doar de Anca; Andrada şi Monica Neațu au avut mici scăpări în final):

a) Notăm cu X mijlocul lui *(AN)*, *Y* mijlocul lui (AQ), iar cu Z mijlocul lui (NQ) ; cum $MZ \parallel AC$, deducem că $AMZC$ este trapez (patrulater convex). Dacă $\{U\} = MC \cap AZ$, din $\Delta MUZ \sim \Delta CUA$ avem $\frac{ZU}{AU} = \frac{MZ}{AC} = \frac{1}{2}$, deci *G* este centrul de greutate al triunghiului *ANQ*.

Cum $X \in (MBC), Y \in (MCD), X, Y \in (BDA) \Rightarrow d_1 = XU, d_2 = YU, d_3 = XY$ şi concluzia e imediată.

b) ΔAND este echilateral $\Rightarrow \mathcal{A}(XYU) = \frac{1}{3} \cdot \mathcal{A}(XYZ) = \frac{1}{12} \cdot \mathcal{A}(ANQ) = \frac{25\sqrt{3}}{24}$ şi finalizarea este imediată.

○ **Problema 4.**

Pentru orice număr real a se notează cu $[a]$ partea sa întreagă.

Determinați numerele naturale n care verifică următoarele proprietăți:

a) $\left[\frac{n}{12}\right]$ *este un număr natural de trei cifre, ultimele două fiind egale cu 0*

b) $\left[\frac{n+36}{3}\right]$ *este un număr natural de patru cifre, acestea fiind 2,0,1,2*

(nu neapărat în această ordine)

Lucian Dragomir

Soluție (obținută doar de Andrada Balmez şi Larisa Szatmari, antrenor Heidi Feil ; Anca a avut o mică scăpare aici) :

$$\left[\frac{n}{12}\right] = \overline{a00} \Rightarrow 1200 \cdot a \le n < 1200 \cdot a + 12 \quad (1)$$

Notăm cu *A* mulțimea numerelor de patru cifre, acestea fiind 2, 0, 1, 2 ; cel mai mic element al acestei mulțimi este 1022, cel mai mare 2210;

din $\left[\frac{n+36}{3}\right] \overset{not.}{=} k \in A$ deducem că $1022 \le \frac{n+36}{3}$ şi $\frac{n+36}{3} < 2211$, de unde $3030 \le n < 6597$. Din (1) rezultă astfel că $a \in \{3,4,5\}$.

Pentru $a=3$ se obține $k \notin A$, la fel pentru $a=4$.

Pentru $a=5$ se ajunge la $n \in \{6000, 6001, 6002\}$, numere care verifică ambele condiții din enunț.

Clasa a IX-a

○ Premiul I şi medalii de aur au obținut, cu punctaje foarte bune, elevii **Petru – Augustin Dinulică şi Andrei Nicolae Ştefănescu** (antrenori Antoanela Buzescu şi Lucian Dragomir).

○ Am crezut că subiectul 2 este destul de uşor (m-am înşelat) ; aşadar :

○ **Problema 2.**

Determinați numerele reale a pentru care există $x, y \in \mathbb{Z}$ astfel încât

$$\begin{cases} x^2 - xy = a \\ 2y^2 + xy = a^2 \end{cases}.$$

Soluție: Dacă $a=0 \Rightarrow x=y=0 \in \mathbb{Z}$; dacă $a \neq 0$, înmulțim prima ecuație cu $-a$ şi adunăm cele două relații, apoi împărțim ecuația obținută cu $x^2 \neq 0$. Să mai remarcăm că $x, y \in \mathbb{Z}$ conduce la $a \in \mathbb{Z}$ şi, cu notația $\frac{y}{x} = t \in \mathbb{Q}$ avem $2t^2 + (a+1)t - a = 0$ .Această ecuație trebuie deci să aibă rădăcini raționale, aşadar există $k \in \mathbb{Z}$ astfel încât $\Delta = (a+5)^2 - 24 = k^2$, de unde $(a+5-k)(a+5+k) = 2$. Analizăm cazurile posibile şi ajungem în final la $a \in \{-12, 0, 2\}$.

○ **Problema 4.**

Se consideră un triunghi ABC şi cevienele AD, BE, CF concurente în P.

Stabiliți poziția punctului P dacă $\frac{PA^2}{PD^2} + \frac{PB^2}{PE^2} + \frac{PC^2}{PF^2} = 12$.

Nicolae Stăniloiu

Soluție (obținută doar de Gusti şi Andi) :

Notăm $\frac{PA}{PD} = x, \frac{PB}{PE} = y, \frac{PC}{PF} = z$ şi $\frac{FA}{FB} = m, \frac{DB}{DC} = n, \frac{EC}{EA} = p$, de unde:

$x = m + \frac{1}{p}, y = n + \frac{1}{m}, z = p + \frac{1}{n}$. Se deduce imediat că $x+y+z \geq 6$, de unde $12 = x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x+y+z)^2 \geq 12$ conduce la $m = n = p = 1$.

Aşadar *P* este centrul de greutate al triunghiului *ABC*.

Clasa a X-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de **Ioana Ban** (antrenor Lavinia Moatăr).

○ Prezentăm soluțiile problemelor la care punctajele obținute au fost incredibil de mici !

○ **Problema 1.**

Se notează cu $\mathcal{F}$ *mulțimea funcțiilor* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *cu proprietatea că*

$$f(f(x)) = x + f(x),\quad \forall x\in\mathbb{R}.$$

a) *Arătați că* $\mathcal{F}\neq\varnothing$.

b) *Demonstrați că, dacă* $f\in\mathcal{F}$, *atunci mulțimea* $A=\{x\in\mathbb{R} / f(x)=0\}$ *are un singur element.*

Soluție: a) Este suficient să căutăm, de exemplu, o funcție de gradul I, aşadar $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b$. Egalitatea din enunț conduce imediat la $a^2x+ab+b=(a+1)x+b, \forall x\in\mathbb{R}$. E suficient să luăm $b=0$ şi să observăm că ecuația $a^2=a+1\Leftrightarrow a^2-a-1=0$ are soluții reale, deci $\mathcal{F}\neq\varnothing$.

b) Pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ cu $f(x)=f(y)$ avem:

$f\left(f\left(x\right)\right)=f\left(f\left(y\right)\right)\Rightarrow x=y$, deci f este injectivă. Notăm $f(0)=a$ şi, pentru $x=0$, egalitatea din enunț conduce la $f(a)=f(0)\Rightarrow a=0$. Aşadar mulțimea *A* este nevidă şi, cum f este injectivă, obținem $A=\{0\}$.

○ **Problema 3.** *Rezolvați ecuația* $1-2^x+2^{2x-1}=\log_2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Lucian Dragomir

Soluție: Ecuația se scrie imediat $2\log_2\dfrac{x+1}{x}=2+2^x-2^{x+1}$ sau $2^{x+1}+2\log_2(x+1)=2^{2x}+2+2\log_2 x$. Împărțind cu 2, se ajunge la $2^x+\log_2(x+1)=2^{2x-1}+\log_2(2x)$. Considerând funcția $f:\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x+\log_2(x+1)$, care este strict crescătoare, deci injectivă, egalitatea anterioară este $f(x)=f(2x-1)\Rightarrow x=2x-1\Rightarrow x=1$. (Da, poate că nu e prea uşoară problema).

Clasa a XI-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de un cărăşan, chiar dacă acum e în Timiş, anume elevul **Gelu Stoicănescu** (antrenor Ruxanda Georgescu, Timişoara).

○ **Problema 4.** *O funcție $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ se numeşte **deosebită** dacă este mărginită şi $f(0)\neq 0$.*

a) *Dați un exemplu de funcție discontinuă care este **deosebită.***

b) *Arătați că, dacă f este o funcție continuă şi **deosebită** , atunci există $x_1,x_2\in\mathbb{R}, x_1\neq x_2$, astfel încât $x_1\cdot f(x_2)+x_2\cdot f(x_1)=0$.*

Lucian Dragomir

Soluție: a) Un simplu exemplu este cel dat de Gelu, anume $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}1 & ,x<0\\ 2 & ,x\geq 0\end{cases}$;

b) f mărginită $\Rightarrow \exists m,M\in\mathbb{R}, m\leq f(x)\leq M, \forall x\in\mathbb{R}$. Considerăm funcțiile continue $g,h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-x, h(x)=f(x)+x$ şi din $g(m)g(M)\leq 0, h(m)h(M)\leq 0$ deducem că $\exists x_1,x_2\in[m,M]$ astfel încât $g(x_1)=0, h(x_2)=0$, adică $f(x_1)=x_1, f(x_2)=-x_2$. Înmulțim aceste două egalități cu $x_2\neq 0$, respectiv cu $x_1\neq 0$ şi le adunăm.

Să remarcăm că problema are sens, există, de exemplu, funcția *deosebită* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=1$, pentru care e suficient să observăm că putem lua $x_1=1, x_2=-1\in\mathbb{R}, x_1\neq x_2$ şi $x_1\cdot f(x_2)+x_2\cdot f(x_1)=0$.

Clasa a XII-a

○ Premiul I şi medalia de aur au fost obținute de **Anca Semenescu** (antrenor Dorina Humița). Această fată de excepție încheie aşadar liceul cu rezultate deosebite; succes la bacalaureat şi la facultate, acolo unde o poartă speranța şi visul.

○ **Problema 4** (care s-a dovedit a fi dificilă, aşa cum ştiam de fapt)

Se consideră un inel $(\mathcal{A},+,\cdot)$ în care există un singur element $a\in\mathcal{A}$ astfel încât $a^2=a+1$. Arătați că $1+1+1+1+1=0$.

Soluție: Luăm $x=1-a$ şi avem $x^2-x=1-2a+a^2-1+a = a^2-a=1$. Din unicitatea lui a avem acum: $1-a=a \Rightarrow a+a=1$. Dacă luăm acum $x=1+1+1+1$, obținem $x=a+a+1+1+1=2a^2+1=2a\cdot a+1=1\cdot a+1=a+1$ $\Rightarrow$ $a=1+1+1$; cum $a+a=1$ $\Rightarrow$ $1+1+1+1+1+1=1$ sau $1+1+1+1+1=0$ (şi se verifică soluția $x=1+1$).

○ Acestea fiind spuse, întoarcem încă o pagină din cartea Concursului şi trecem la următoarea:

Concursul Județean al Revistei de Matematică Caraş-Severin, Ediția a VIII-a

Regulament (modificat față de cel anterior, aşadar lecturați!)

Ediția a VIII-a a Concursului Revistei debutează cu rezolvarea problemelor din acest număr. Fiecare elev trebuie să rezolve (subliniem din nou: **singur!)** cât mai multe probleme de la clasa sa şi, începând cu numărul 39, adică cel pe care îl lecturați aproape în totalitate, **de la două clase precedente** sau de la orice clasă superioară.

Redactați îngrijit (ne adresăm în primul rând elevilor) fiecare problemă pe câte o foaie separată *(enunț + autor + soluție + numele vostru +clasa)*, completați talonul de concurs de pe ultima copertă a revistei şi trimiteți totul **într-un plic format A4**, *coală ministerială*, adresat astfel **(FOARTE IMPORTANT)**:

Prof. Lucian Dragomir, Liceul Bănățean Oțelu-Roşu, str. Republicii 10-12, 325700, Oțelu-Roşu, Caraş-Severin (*în colțul din dreapta jos a plicului*), cu mențiunea **"**probleme rezolvate, clasa …." (*în colțul din stânga jos, **scrieți evident clasa în care sunteți!!!***).

Colțul din *stânga sus* vă este rezervat (expeditor), acolo vă scrieți numele, prenumele, adresa. Insistăm asupra trimiterilor în plic (nu în folii de plastic) şi asupra respectării cu strictețe a termenelor finale indicate de fiecare dată - plicurile primite după data limită nu vor fi luate în considerare. Revenim: redactați complet, justificați, răspundeți exact la cerința problemei.

Subliniem: *Concizia şi claritatea redactării vor fi luate în considerare pentru eventuale departajări*!!! (aceasta este evident valabil şi pentru concursul efectiv).

Rezolvări poate trimite orice elev, indiferent de județul în care învață, el va apărea ca şi rezolvitor cu punctajul corespunzător, însă la Concursul RMCS pot fi invitați, cel puțin deocamdată, doar elevii județului Caraş-Severin. Ne cerem scuze pentru acest inconvenient elevilor şi colegilor din țară.

Probabil că s-a remarcat şi introducerea unei noi rubrici: *Probleme alese.* La aceste probleme (care se punctează cu maxim 25 de puncte) se primesc soluții de la orice elev, indiferent de clasă.

După data limită de trimitere a soluțiilor, acestea sunt evaluate şi în numărul următor al revistei vor fi publicați toți rezolvitorii cu punctajele obținute.

La ediția a VIII-a a concursului vor fi selectați concurenții în funcție de punctajele obținute din rezolvarea problemelor publicate în numerele 39, 40, 41 şi 42 ale revistei noastre. În jurul datei de 1 februarie 2013 se va întocmi clasamentul general (prin însumarea punctelor obținute) şi astfel primii clasați vor fi invitați, împreună, ca şi în acest an, să participe la concurs; acesta va avea loc în luna februarie sau martie, într-un oraş care va fi anunțat în timp util (probabil Oțelu – Roşu).

Noutățile acestei ediții sunt:

a) La punctajele obținute pentru rezolvarea problemelor din RMCS se vor adăuga punctajele obținute pentru rezolvarea problemelor din Gazeta Matematică, seria B, punctaje **publicate** în Gazeta Matematică (!!!) începând cu numărul 3/ 2012 al Gazetei şi terminând cu numărul 1/2013. (aşadar nu se trimit rezolvări ale problemelor din GM pe adresa Redacției RMCS, se trimit acolo unde trebuie, la Bucureşti !)

b) La punctajul obținut conform punctului a) se adună, pentru fiecare concurent, dacă e cazul, un număr de puncte egal cu $20 \times n$, unde n reprezintă numărul de puncte obținute de respectivul elev la ediția anterioară a Concursului revistei (de exemplu, dacă după ce au trimis soluțiile unor probleme şi din numărul 42 al revistei, elevele Alina Adam şi Ionela Radu, din viitoarea clasă a XI-a, au acumulat 260 de puncte, respectiv 270 de puncte, având în vedere că, la Concursul din 2012 au obținut 7 puncte, respectiv 4 puncte, celor două prietene li se vor adăuga 140 de puncte, respectiv 80 de puncte; Alina va avea deci în final 400 de puncte, iar Ionela 350 de puncte).

Subiectele vor fi alese tot din probleme de genul RMCS sau G.M. sau ceva cât de cât nou. Sfatul nostru: Abonați-vă la *Gazeta Matematică*, sigur veți avea numai de câştigat!

Din nou, spor la treabă tuturor: elevi, profesori, părinți sau prieteni!

(*Informații suplimentare se pot obține la: prof. Ovidiu Bădescu, tel: 0741017700 sau prof. Lucian Dragomir, tel: 0255/530303 sau 0722/883537, e-mail: lucidrag@yahoo.com).* ■

Etapa judeţeană a Olimpiadei naţionale de matematică, 10.03.2012

prezentare de Lucian Dragomir

Gazde deosebit de primitoare, dascălii de la Colegiul Naţional Traian Lalescu din Reşita, în frunte cu domnii profesori Pavel Ghimboaşă şi Ovidiu Bădescu, au reuşit să organizeze ireproşabil etapa judeţeană a Olimpiadei din acest an. Deşi la început de drum, inspectorul de specialitate, domnul profesor Adrian Lascu, nu a fost mai prejos.

Subiectele au fost propuse de către membrii Comisiei Centrale, chiar şi pentru clasele V – VI în acest an (nu mai revenim aici asupra dificultăţii …).

Premianţii acestei etape, odată cu noi felicitări:

Nume, prenume elev	***Clasa***	***Şcoala***	***Premiu***
Potocean Teodora	5	Şcoala nr. 2 Reşiţa	I
Smeu Andra	5	C.N. Traian Lalescu Reşiţa	II
Butoi Drăghici Alina	5	Şcoala nr. 3 Oţelu – Roşu	III
Pascariu Anda Cristina	5	Lic. E. Murgu Bozovici	M
Bălănoiu Ana-Maria	5	C.N. Traian Lalescu Reşiţa	M
Nicola Beatrice	6	Şcoala nr. 2 Reşiţa	I
Milencovici Merima	6	Şcoala nr. 2 Reşiţa	II
Morariu Dorian	6	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu	III
Zaharia Flavia	6	Şcoala nr. 9 Reşiţa	M
Despotovici Deiana	6	Grup şc. Moldova – Nouă	M
Ionescu Roberto	7	Lic.Tr. Doda Caransebeş	I
Hrenyak Alexia	7	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu	II
Firanda Denysa	7	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu	III
Bonaţ Bogoslav	7	Grup şc. Moldova – Nouă	M
Epuraş Georgian	7	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu	M
Ciobanu Anca	8	Şcoala nr. 2 Reşiţa	I
Balmez Andrada	8	Şc. Romul Ladea Oraviţa	II
Neaţu Monica	8	Şcoala nr. 2 Reşiţa	III
Rus Daniel	8	Şcoala nr. 8 Reşiţa	M
Azap Denisa	8	Şcoala nr. 2 Reşiţa	M
Ştefănescu N. Andrei	9	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu	I
Ciulu Miruna	9	C.N. Traian Lalescu Reşiţa	II
Dinulică P. Augustin	9	Lic. Ped. CD Loga C-sebeş	III
Dinulică Ioan Septimiu	9	Lic. Ped. CD Loga C-sebeş	M
Damian Melisa	9	Grup şc. Moldova – Nouă	M

Lazăr Silviu	10	C.N. Traian Lalescu Reşiţa	I
Pop Silvia	10	Lic.Tr. Doda Caransebeş	II
Ştefănescu Andrei	10	Lic.Tr. Doda Caransebeş	III
Bădescu Liana	10	Lic.Tr. Doda Caransebeş	M
Ţunea Marius	10	Lic. Traian Vuia Reşiţa	M
Krocoş Lorena	11	Lic. Bănăţean Oţelu – Roşu	I
Milu Nicoleta	11	Lic.Tr. Doda Caransebeş	II
Moţ Ioana	11	C.N. Traian Lalescu Reşiţa	III
Ştirban Ioana	11	Lic. Ped. CD Loga C-sebeş	M
Surulescu Ilie	11	Lic. E. Murgu Bozovici	M
Semenescu Anca	12	Lic. Ped. CD Loga C-sebeş	I
Paşan Petru	12	Lic.Tr. Doda Caransebeş	II
Lazăr Izabela	12	Lic. Traian Vuia Reşiţa	III
Buliga Denis	12	Lic.Tr. Doda Caransebeş	M
Todorovici Lucian	12	Lic.Tr. Doda Caransebeş	M

Concursul interjudeţean de matematică *Traian Lalescu*, ediţia 26, Petroşani, 23 – 25.03. 2012

Premianţii etapei judeţene au participat, ca în fiecare an, la ultima verificare, pentru cei calificaţi, înainte de etapa naţională a olimpiadei; pentru ceilalţi, a fost un prilej de confruntare pe tărâmul luptelor matematice cu cei mai buni elevi din vestul României.

Premiile obţinute de ai noştri:

Nume, prenume elev	***Clasa***	***Şcoala***	***Premiu***
Potocean Teodora	5	Şcoala nr. 2 Reşiţa	II
Bălănoiu Ana-Maria	5	C.N. Tr. Lalescu Reşiţa	M
Smeu Andra	5	C.N. Tr. Lalescu Reşiţa	M
Nicola Beatrice	6	Şcoala nr. 2 Reşiţa	M
Milencovici Merima	6	Şcoala nr. 2 Reşiţa	M
Epuraş Georgian	7	Lic. Bănăţean O.– Roşu	M
Ciobanu Anca	8	Şcoala nr. 2 Reşiţa	I
Vasilovici Camil	8	Şcoala nr. 2 Reşiţa	M
Ştefănescu N. Andrei	9	Lic. Bănăţean O – Roşu	M
Ciulu Miruna	9	C.N. Tr. Lalescu Reşiţa	M
Dinulică P. Augustin	9	Lic.CD Loga C-sebeş	M
Lazăr Silviu	10	C.N. Tr. Lalescu Reşiţa	III
Ştefănescu Andrei	10	Lic.Tr. Doda Caransebeş	M
Semenescu Anca	12	Lic. CD Loga C-sebeş	III
Todorovici Lucian	12	Lic.Tr. Doda Caransebeş	M

Matematică la malul Mării Negre, ONM 2012

Silviu Lazăr, elev, Reşiţa

Ediţia a 63-a a Olimpiadei Naţionale de Matematică, desfăşurată în judeţul Constanţa, s-a terminat nu demult, iar briza mării şi nisipul fin încă îmi stăruie în amintire pe măsură ce scriu aceste rânduri. Cu toată sinceritatea, trebuie să vă spun că nu am mai participat la o olimpiadă atât de bine organizată precum aceasta; de la cazare, la transport, la corectarea lucrărilor - toate acestea au fost realizate aproape perfect de gazdele noastre şi de Comisia Centrală. Oficialităţile judeţului Constanţa, dar şi membrii Comisiei Centrale au lăsat o impresie deosebit de placută, dând dovadă că respectă si iubesc matematica. Eforturile lor au fost cele care au asigurat buna desfăşurare a unei competiţii la nivel înalt.

Amintirile frumoase cu care m-a lăsat această olimpiadă se datorează atât concursului în sine, cât şi lotului grozav de elevi care au reprezentat judeţul nostru : Roberto Ionescu la clasa aVII-a (un elev foarte promiţător si un minunat coleg de cameră, pe care sper sa il văd anul viitor in fruntea generaţiei sale), Anca Ciobanu şi Andrada Balmez la clasa aVIII-a (două prietene adevărate ce se află de ani buni în fruntea clasamentului la olimpiada judeţeană; ţin să o felicit pe Anca pentru punctajul obţinut şi să o încurajez pentru anul viitor, când sunt sigur că va obţine acea medalie pe deplin meritată, dar şi pe Andrada, care a obţinut menţiune la concursul “N.N. Mihăileanu” - organizat imediat după olimpiadă), Ştefănescu Andrei şi Ciulu Miruna la clasa a IX-a (o elevă talentată, care va fi cu siguranţă printre laureaţii olimpiadei anul viitor) şi veteranul lotului la clasa a X-a, subsemnatul. Nu pot să o omit pe profesoara noastră însoţitoare, doamna Antoanela Buzescu – deja obişnuită cu această postură, o profesoară şi un om extraordinar, care îşi iubeşte în mod evident meseria şi care ne-a susţinut pe tot parcursul călătoriei. La final, dar nu în ultimul rând, aş vrea să îl amintesc şi pe domnul Lucian Dragomir, membru al Comisiei Centrale, desăvârşit profesor de matematică şi după cum am aflat – olimpic pe ţară la limba şi literatura română în tinereţile dumnealui. Domnul profesor Dragomir a fost responsabil cu buna dispoziţie în cadrul lotului, dumnealui ţinând neapărat să menţioneze în cadrul festivităţii de deschidere că Oţelu Roşu este un oraş mare – deci cei care locuiţi în Oţelul Roşu, puteţi fi mândri! Spuma societăţii matematice din România vă cunoaşte oraşul. (Adaug la asta şi faptul că una dintre problemele propuse la clasa a VII-a, cam dificilă, a avut ca autor, din nou, acelaşi profesor).

Concursul propriu-zis a fost interesant, au fost emoții mari în special înainte, dezbateri legate de subiecte, recapitulări de ultim moment şi … proba; 4 ore petrecute la Grupul Şcolar “Lazăr Edeleanu” din Năvodari, care cel puțin pentru mine au trecut în zbor datorită concentrării . Unele probleme au fost frumoase, dar singurul cuvânt care le descrie cu succes pe toate e dificil; subiectele au fost extrem de grele. Eu unul am avut curiozitatea de a mă uita şi peste subiectele celorlalte clase şi vă pot spune că pe cât de mult aceste probleme îți pun mintea în alertă şi o forțează să găsească o rezolvare, pe atât de mult contează şi dispoziția sau inspirația pe care o ai în timpul probei. O pregătire temeinică este esențială, dar mereu ai nevoie şi de un gram de noroc. De aceea elevii din lotul nostru nu ar trebui să fie dezamăgiți, ci să muncească şi mai mult pentru anul viitor, păstrând speranța reuşitei în suflet.

Despre Constanța pot spune că e un oraş foarte frumos: am vizitat faleza, cazinoul – o clădire superbă, delfinariul şi în mod sigur toți membrii lotului vă pot conduce prin cele două mall-uri ale oraşului. Cât despre Mamaia – stațiunea unde am fost cazați – deşi pustie pe timp de primăvară, plaja si faleza ne-au oferit câteva momente de neuitat şi ne-au ajutat să legăm prietenii strânse ce sper că vor rezista şi pe mai departe. Îmi vine în minte un răsărit de soare pe care l-am aşteptat entuziaşti timp de o ora şi pe care ceața ni l-a răpit în ultimul moment. Deşi dezamăgitor, acest moment ne-a apropiat şi mai mult ; în cele din urmă şi aceasta e o parte importantă a olimpiadei – cunoaşterea altor oameni care îți împărtăşesc pasiunea şi cu care poți comunica cu adevărat.

ONM 2013 va avea loc la Târgovişte şi sunt sigur că județul nostru va face o impresie foarte bună, deoarece avem elevi extrem de promițători. Poate mă grăbesc puțin, dar eu le urez baftă şi spor la pregătire încă de acum viitorilor membri ai lotului.

Nota redacției : *Cu modestia care îl caracterizează, Silviu a uitat să amintească faptul că singura (din păcate) medalie obținută de lotul nostru a fost obținută chiar de el. Îl felicităm aşadar încă odată !*

Gânduri

Teodora Aura Potocean, elevă, Reşița

Am iubit dintotdeauna matematica, magia cifrelor.

Nici nu ştiți cât de mult mi-am dorit, în clasele primare, să treacă timpul, să fiu elevă de gimnaziu! De ce? Simplu: să pot participa la *Olimpiada de matematică*. Țelul meu a fost să ajung la *Națională*.

Şi timpul a zburat: un vis împlinit!

Iată-mă ajunsă la Bistrița, un oraş cu 200 de mici matematicieni (pentru câteva zile). Fețe sclipitoare, clădiri de zahăr, floră de poveste, lumină de aur…

Au fost zile de neuitat, dragii mei!

Concursul a fost cea mai mare provocare cunoscută vreodată. Emoțiile, neantul, speranțele, toate trăirile mele au atins cote înalte în aceste zile. Dar…razele prietenului meu, Soarele, cei ce mă cunoaşteți ştiți asta, desigur, mi-au adus căldura sufletească după atâta suspans. Am obținut medalia de bronz !

Au trecut câteva zile de când am revenit acasă. Cu emoție în glas povestesc prietenilor cele trăite în momentele festivității de premiere.

Dragii mei, atunci când culegi lauri, lumea pare a fi toată a Ta, Soarele străluceşte parcă numai pentru Tine, iar Tu... tu pluteşti în marele Univers al Cunoaşterii…vă spun din experiență…

Cu mult drag, prietenilor RMCS !

Probleme propuse

(Se primesc soluții **până în data de 1 iunie 2012**, nu mai târziu!.
Pe plic scrieți clasa în care sunteți, vă rugăm DIN NOU !)

Clasa a II-a

II.121. Pe un balansoar cu trei locuri s-au aşezat trei fetițe: Ana, Diana şi Roxana. În câte moduri se pot aşeza ele?

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

II.122. La ora de educație fizică, cei 12 băieți din clasa a II-a A de la Şcoala Nr.9 Reşița s-au împărțit în patru coloane pentru a lua startul la alergarea de viteză. Pe primul rând se află Alex, Gabi, Cosmin şi Sebi.
Ştiind că:
a) Gabi stă alături de Sebi, dar nu la margine;
b) Cosmin se aşează la un capăt, dar nu alături de Sebi;
c) Sebi se află la stânga lui Gabi, dar nu la capăt;
d)Alex este la margine, dar nu alături de Gabi, poți stabili ordinea în care se află cei patru băieți? Argumentează!

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

II.123. Câte numere de trei cifre încep şi se termină cu cifra 6 ?

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

II. 124. Într-o cutie se află bile albe, roşii şi galbene. 25 bile sunt albe şi roşii, 45 bile sunt roşii şi galbene, 36 bile sunt albe şi galbene.
Câte bile sunt din fiecare culoare în cutie?

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

II. 125. Emil are într-o cutie 80 de bile colorate, unele roşii, unele portocalii. Verişorul său mai mare, Traian, vrea să îl învețe un joc. După ce i l-a explicat de două ori, Traian scoate din cutie toate bilele portocalii şi tot atâtea bile roşii. Emil, cu un spirit de observație înnăscut, a sesizat că mai sunt în cutie doar 26 de bile roşii.

Câte bile portocalii au fost în cutie?

Sorin Foglia, elev, Oravița

II. 126. Emil a citit (după ce a extras bile din cutie) 39 de pagini dintr-o carte, apoi încă 28, depăşind astfel cu 17 pagini jumătatea cărții. Calculați câte pagini are cartea .

Sorin Foglia, elev, Oravița

II. 127. M-am gândit la un număr A ; după ce am scăzut din numărul A suma vecinilor răsturnatului numărului 123, am obținut numărul 321.

Aflați numărul A.

Andrada Balmez, elevă, Oravița

II. 128. Aflați numărul a ştiind că:

$$a+35=b\ ,\ b+b=c\ ,\ 99-c=d \text{ şi } 54-d=d\ .$$

Silviu Lazăr, elev, Reşița

II. 129. Din cei 32 de elevi ai clasei a II-a, 26 de elevi practică înotul, iar 18 elevi practică tenisul. Câți elevi practică ambele sporturi?

Emil Traian, elev, Reşița

II. 130. Un număr natural a se numeşte *interesant* dacă suma cifrelor sale este egală cu numărul care se obține prin ştergerea uneia dintre cifrele numărului a. Calculați câte numere *interesante* de două cifre există.

Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

Clasa a III-a

III. 121. O carte costă cât cinci caiete, un caiet costă cât patru creioane, iar un creion, cât trei radiere. Câte radiere se pot cumpăra cu prețul unei cărți?

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

III. 122. Tatăl are 42 ani, iar cei trei copii ai săi au 3 ani, 5ani şi respectiv, 8 ani. Peste câți ani vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor copiilor?

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

III. 123. Micşorează cel mai mare număr par scris cu trei cifre distincte cu suma numerelor naturale de trei cifre la care cifra sutelor este jumătate din cifra zecilor şi un sfert din cifra unităților. Cât ai obținut ?

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

III.124. Calculați suma tuturor numerelor formate din trei cifre distincte ce aparțin mulțimii { 3, 5, 9 }.

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

III. 125 . Găsiți cel mai mic număr natural de patru cifre care îndeplineşte următoarele condiții :

a) nu are cifre care să se repete ;
b) este mai mare decât 2000;
c) are suma numerelor reprezentate de cifrele sale egală cu 12.

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

III. 126. Un grup de cinci prieteni se numeşte *legat* dacă dacă suma vârstelor lor este egală cu 90 de ani.

a) Arătați că în clasa a III- a A de la Şcoala generală nr. 2 Reşița nu există niciun grup *legat*;

b) Andrei, Bogdan, Crin, Dragoş şi Enache formează un grup *legat,* pe care ei l-au numit *Viitorii olimpici din Caraş – Severin (*căutați pe internet, măcar **viitoriiolimpici.ro**!!!) . Dragoş şi Enache au câte 21 de ani fiecare, Andrei are cu un an mai mult decât Bogdan, iar Crin are cu un mai puțin decât Andrei.

Ce vârstă are fiecare prieten din grupul viitoriilor olimpici din județul nostru ?

Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

III. 127. Aflați suma $a+b+c$, dacă $a:b=3$, $b:c=4$ şi $a+c=403$.

Andrada Balmez, elevă, Oravița

III. 128 . Andrada a citit luni 39 de pagini dintr-o carte; în fiecare dintre zilele următoare ale săptămânii respective, Andrada a citit cu 4 pagini mai mult decât în ziua precedentă. Silviu a citit luni 65 de pagini din aceeaşi carte şi, în fiecare dintre următoarele zile ale săptămânii, Silviu a citit cu 5 pagini mai puțin decât în ziua precedentă.

Care dintre cei doi prieteni au citit, până duminică inclusiv, mai multe pagini din cartea comună ?

Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

III. 129 . Se consideră un şir de numere naturale în care primii patru termeni sunt 19, 36, 70, 138. Completează TU (nu cei alăturați ție) şirul considerat cu încă trei numere, explicând regula pe care a-i găsit-o!

Celor alăturați cred că trebuie doar să le ceri exemple care să te facă să înțelegi , dacă nu ai înțeles, despre ce e vorba…

Antoanela Buzescu, Caransebeş

III. 130 . Trei frați au împreună 32 de ani. Cel mai mare dintre ei are vârsta egală cu suma vârstelor celorlalți doi. Câți ani are fiecare dintre cei trei frați ştiind că vârsta celui mai mic dintre ei reprezintă un sfert din vârsta celui mai mare ?

Antoanela Buzescu, Caransebeş

Clasa a IV-a

IV. 121 Pentru paginarea unei cărți s-au folosit 234 cifre. Câte pagini are cartea ?

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

IV.122 Suma a trei numere este 320. Primul număr este de trei ori mai mic decât al doilea, iar diferența dintre al doilea şi primul este de 60. Să se afle numerele.

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

IV. 123 Un număr *a* este cu 345 mai mare decât 678, un alt număr *b* este cu 278 mai mic decât 1000, iar un alt număr *c* este cât suma numerelor 1050 şi 925. Aflați suma celor trei numere.

Prof. înv. primar Neta Novac, Reşița

IV. 124 Ionuț şi Bogdan aveau împreună 284 lei. După ce Ionuț a cheltuit 79 lei, iar Bogdan 67 lei, lui Ionuț i-a rămas o sumă de 5 ori mai mică decât i-a rămas lui Bogdan. Ce sumă a avut la început fiecare copil?

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

IV. 125 Suma a patru termeni reprezintă cel mai mare număr impar scris cu trei cifre distincte.Dacă adăugăm la primul termen 4, din al doilea scădem 4, iar al treilea termen îl micşorăm de 4 ori, obținem ultimul termen al adunării.

Care sunt cei patru termeni?

Prof. înv. primar Mariana Mitrică, Reşița

IV. 126 O vacă are o vițică şi un tăurăş, tăuraşul are cu un an mai mult decât vițica. Suma vârstelor tuturor este 22. În urmă cu doi ani vaca avea triplul vârstei unuia dintre pui. Câți ani are vaca în prezent?

Ana Ciupală, elevă, Braşov

IV. 127 Maria taie o foaie în două bucăți, apoi fiecare dintre acestea în câte trei bucăți şi colorează jumătate din ele în galben, iar fiecare din cealalte bucăți le mai taie încă în două şi le colorează jumătate în roşu şi jumătate în portocaliu.

a) Câte culori a folosit?

b) Câte bucăți sunt colorate în galben?

c) Câte bucăți sunt colorate în portocaliu?

Ana Ciupală, elevă, Braşov

IV. 128 Un număr natural se numeşte *slab* dacă produsul cifrelor sale este egal cu 0.

a) Calculați câte numere de 3 cifre sunt *slabe.*
b) Calculați câte numere de 5 cifre sunt *slabe* şi au prima şi ultima cifră egale.

Ana Ciupală, elevă, Braşov

IV. 129 Într-un castel sunt 15 prințese şi 6 camere. Arătați că cel puțin trei prințese dorm în aceeaşi cameră.

Ana Ciupală, elevă, Braşov

IV. 130 Suma a 6 numere naturale diferite de 0 este egală cu 43. Ştiind că 4 dintre numere sunt consecutive, aflați toate soluțiile problemei.

Andrada Balmez, elevă, Oravița

Clasa a V-a

V. 241 Se consideră mulțimea $M=\{1;8;15;22;29;...;134\}$. Arătați că orice submulțime cu 12 elemente a mulțimii M conține două elemente a căror sumă este egală cu 142.

OJ Bihor

V. 242 Arătați că suma tuturor pătratelor perfecte de 3 cifre nu este pătrat perfect.

Adrian Nemeş, Timişoara

V. 243 La împărțirea a două numere naturale a şi b, câtul este jumătate din împărțitor, iar restul este un sfert din cât. Ştiind că suma dintre împărțitor, cât şi rest este 104, aflați numerele a şi b.

OJ Caraş- Severin

V. 244 O mulțime finită de numere naturale X se numeşte *interesantă* dacă se poate împărți în două submulțimi Y şi $X \setminus Y$ astfel încât suma elementelor din Y să fie egală cu suma elementelor din $X \setminus Y$. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, ..., 2010\}$. Arătați că :

a)Mulțimea $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ este *interesantă*

b)Mulțimea A *nu este interesantă*

c)Mulțimea $A \setminus \{1\}$ este *interesantă*

Aurel Bîrsan, Braşov

V. 245 Un călător a parcurs un drum în trei zile. În prima zi, a parcurs o doime din drum, a doua zi a parcurs o pătrime din rest, iar a treia zi a parcurs restul de 9 km. Aflați lungimea întregului drum şi câți kilometri a parcurs în fiecare zi.

OL Cluj

V. 246 Determinați numerele naturale care ridicate la o putere pară sunt de forma $\overline{2ab1}$.

Călin Burduşel, Tîrgovişte

V. 247 Un grup de prieteni vor să lanseze un joc pe internet după următoarea regulă. Primul prieten, adică John trimite în prima zi un e-mail lui Lucian.. Lucian trimite acest email a doua zi la alți doi prieteni, fiecare la rândul lor îl trimit a treia zi altor doi prieteni şi astfel jocul continuă.

a) Aflați în câte zile au fost trimise 2047 e-mail-uri.
b) Câți copii au participat în 11 zile?

OL Giurgiu

V. 248 Pitagora a fost întrebat de cineva câți discipoli are. „ Jumătate dintre discipoli învață numai matematică, un sfert din ei numai ştiințele naturii, o şeptime retorică, iar 3 filozofie” a răspuns. Câți discipoli a avut Pitagora?

OJ Harghita

V. 249 Trei prinți au luptat cu balaurul cu multe capete. Primul prinț, a tăiat cu mâna dreaptă jumătate din capetele balaurului şi cu mâna stângă încă două. Al doilea prinț cu mâna dreaptă a tăiat jumătate din capetele rămase ale balaurului şi cu mâna stângă încă două. Al treilea a tăiat cu mâna dreaptă jumătate din capetele rămase şi cu mâna stâng ultimele două capete ale balaurului. Câte capete a avut balaurul?

OJ Harghita

V. 250 La etapa județeană a Olimpiadei de Matematică, elevii sunt repartizați la parterul, etajul unu şi etajul doi ale şcolii organizatoare. Sub etajul doi sunt repartizați 173 elevi. Deasupra parterului sunt repartizați 127 de elevi. Ştiind că numărul elevilor repartizați la etajul unu este egal cu numărul elevilor repartizați în total la celelalte nivele, determinați numărul de elevi repartizați la fiecare nivel al şcolii.

OJ Hunedoara

Clasa a VI-a

VI. 241 Într-un bazin sunt 72 de peşti. Dintre aceşti peşti unii sunt mici, ar alții sunt mari. Fiecare peşte mare mănâncă exact doi peşti mici, astfel încât că în bazin rămân doar peşti mari. După ce în bazin rămân doar peşti mari, se introduc în bazin câțiva peşti uriaşi. Ştiind că fiecare peşte uriaş mănâncă exact 3 peşti mari şi că în bazin rămân doar peştii uriaşi, să se afle câti peşti uriaşi au fost introduşi în bazin.

OJ Bihor

VI. 242 Se consideră mulțimea $M=\{1,2,3,...,10\}$.

a) Să se arate că mulțimea M nu se poate împărți în două submulțimi A şi $M \setminus A$ astfel încât produsul elementelor din A să fie egal cu produsul elementelor din $M \setminus A$.

b) Să se determine un element x din mulțimea M astfel încât mulțimea $M \setminus \{x\}$ să se poată împărți în modul descris la punctul a)

Aurel Bârsan, Braşov

VI. 243 Fie ΔABC dreptunghic în B şi $[AM$ bisectoarea unghiului BAC, $M \in (BC)$.

a)Dacă $MP \perp AC, P \in AC$, arătați că $[TB] \equiv [TP]$ pentru orice $T \in AC$.

b)Dacă $MP \cap AB = \{Q\}$, arătați că $AM \perp QC$.

Adrian Nemeş, Timişoara

VI. 244 Triunghiul OAB are $[OA] \equiv [OB]$, iar în exteriorul triunghiului se consideră $\sphericalangle OAE \equiv \sphericalangle OBD$, unde $E \in (BO$ şi $D \in (AO$. Să se arate că:

a) $[AE] \equiv [BD]$; b) $\Delta AED \equiv \Delta BDE$.

Vasile Şerdean, Gherla

VI. 245 Fie ΔABC în care $m(\sphericalangle C) = 60^o$. Pe prelungirea laturii AC dincolo de C se ia punctul D iar pe prelungirea laturii BC dincolo de C se ia punctul E, astfel încât $BD \equiv DE$. Dacă $AD \equiv CE$, demonstrați că ΔABC este echilateral.

Cătălin Burduşel, Tîrgovişte

VI. 246 Se consideră ΔABC cu măsura unghiului $\sphericalangle BAC$ de 80^0 şi în care $AB = 3 \cdot AC$. Demonstrați că măsura unghiului $\sphericalangle ACB$ este mai mare de 75^o.

OL Giurgiu

VI. 247 Vom spune că trei numere nenule se numesc prietenoase dacă oricare dintre ele divid suma celorlalte două (de exemplu, numerele 2,4,6 sunt prietenoase).

a) Determinați toate tripletele de numere prietenoase consecutive.
b) Determinați toate tripletele de numere prietenoase.

Concurs Hunedoara

VI. 248 Pe o tablă sunt scrise numerele de la 1 la 1000. Răzvan şi Ioana şterg pe rând , începând cu Răzvan, câte un număr. Pierde copilul care este obligat să şteargă primul un multiplu al lui 2 sau un multiplu al lui 5. Care elev câştigă , Răzvan sau Ioana?

Concurs Iaşi

VI. 249 Se consideră triunghiul ABC în care lungimile laturilor $[AB]$şi $[AC]$ sunt direct proporționale cu 2 şi 4, iar măsura unghiului A este egală cu 60^0. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

Alexandru Blaga, Satu Mare

VI. 250 Arătați că, oricum am alege două elemente ale mulțimii $A=\{1,3,5,...,2011\}$, suma sau diferența acestora este multiplu de 4.

Lucian Petrescu, Brăila

Clasa a VII-a

VII. 241 În trapezul $ABCD(AB \parallel CD, AB > CD)$ ducem $DM \perp AB, M \in (AB)$. Fie N mijlocul diagonalei BD. Demonstrați că $MN \parallel AC$ dacă şi numai dacă trapezul este isoscel

Aurel Bârsan, Braşov

VII. 242 În triunghiul ABC avem $AD \perp BC, D \in (BC), m(\sphericalangle C) = 75^0, AD = 4cm$ şi $BC = 16cm$. Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic.

Vasile Şerdean, Gherla

VII. 243 Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic, $AB \parallel CD, AD \perp AB$, în care $AD = AB + CD$ şi $M \in [AD]$ astfel încât $AM = AB$. Arătați că:

a) ΔBMC este dreptunghic;

b) Dacă N este mijlocul segmentului $(BC), MC \cap DN = \{P\}$ şi $AN \cap MB = \{Q\}$ atunci $MNPQ$

OL Călăraşi

VII. 244 Arătați că dacă numerele $a, b \in \mathbb{Q}$ îndeplinesc simultan condițiile: $a + b < 4$ şi $ab - 2a - 2b + 4 > 0$, atunci $a < 2$ şi $b < 2$

OJ Harghita

VII. 245 Fie numerele $x = \dfrac{3n+2}{4}$ şi $y = \dfrac{5n+a}{6}, n \in \mathbb{N}$

a) Dacă $a = 1$, să se arate că x şi y nu pot fi, simultan, numere naturale.

b) Dacă $a = 2$, să se determine $n \in \mathbb{N}$, astfel încât x şi y să fie, simultan, numere naturale.

Concurs Unirea

VII. 246 Un trapez $ABCD$ are baza mare $[AB]$şi $[AC] \cap [BD] = \{O\}$. Linia mijlocie a trapezului intersectează pe AC în E şi pe BD în F.

a)Demonstrați că $ABCD$ este trapez isoscel dacă şi numai dacă $[OE] \equiv [OF]$.

b)Vârfurile trapezului şi punctul O reprezintă 5 oraşe, iar laturile şi diagonalele sale sunt şosele de legătură. Două maşini pleacă din D, respectiv C pe ruta cea mai scurtă spre A, respectiv spre B şi alte două maşini pleacă din A respectiv B spre D, respectiv C, trecând prin O pe ruta cea mai scurtă. Cele 4 maşini au aceeaşi viteză, constantă, pe întreg parcursul. Demonstrați că primele 2 maşini ajung simultan în D, respectiv C. Pot ajunge toate patru, în acelaşi timp la destinație?

Concurs Iaşi

VII. 247 În triunghiul ABC, în care $m(\sphericalangle C)=45^o$ şi $m(\sphericalangle B)=30^o$ fie E simetricul punctului B față de C. Să se determine $m(\sphericalangle AEB)$.

Concurs „Gheorghe Vrânceanu”

VII. 248 Fie pătratul $ABCD$ şi E mijlocul laturii $[AB]$. Dreapta DE intersectează perpendiculara în A pe $[AC]$ în punctul F. Să se arate că punctele C,B,F sunt coliniare.

Ionel Patriche.

VII. 249 Orice număr natural este *şmecher* sau *fraier* . Ştim că dacă a este *şmecher*, atunci $a+10$ este *şmecher*; dacă b este *fraier*, rezultă că $b+15$ este tot *fraier*.

a) Să se demonstreze că oricare ar fi numărul x natural, x şi $x+5$ sunt sau *şmechere*, sau *fraiere*.

b) Să se găsească n minim pentru care putem afirma că oricum ar fi alese numerele, printre primele n numere naturale, sigur sunt cel puțin 401 *şmechere.*

Concurs „Louis Funar”

VII. 250 Dacă în triunghiul ABC avem $2b+h_b=2c+h_c$, atunci triunghiul este isoscel.

Concurs „Gheorghe Popescu”

Clasa a VIII-a

VIII. 241 a)Să se demonstreze că :

$$\frac{x+n}{n+1}\geq\frac{n+3}{2x+n+1},\forall x\in\mathbb{N}^*,\forall n\in\mathbb{N}.$$

b) Să se determine $x\in\mathbb{N}$ pentru care verifică egalitatea:

$$\frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}+...+\frac{x+2009}{2010}=\frac{5}{2x+3}+\frac{6}{2x+4}+...+\frac{2013}{2x+2011}$$

OL Botoşani

VIII. 242 a)Demonstrați că $2\left(x^2+y^2\right)\geq (x+y)^2$, pentru orice numere reale x şi y.

b) Dacă a,b,c sunt dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic şi d_1,d_2,d_3 sunt lungimile fețelor paralelipipedului, demonstrați că $(a+b+c)\cdot\sqrt{2}\leq d_1+d_2+d_3$. În ce condiții are loc egalitatea?

OL Caraş Severin

VIII. 243 Să se arate, în mulțimea numerelor naturale, că dacă un număr se poate scrie ca suma a două pătrate perfecte, atunci şi dublul său şi pătratul său se poate scrie ca suma a două pătrate perfecte.

Vasile Şerdean, Gherla

VIII. 244 Găsiți numerele întregi x şi y ştiind că $2x^2+xy+3y+1=0$

Gh. Molea, Curtea de Argeş

VIII. 245 Fie A,B,C,D patru puncte necoplanare şi E,F,G,H mijloacele segmentelor $(AB),(BC),(CD)$ respectiv (AD).

Arătați că : a) $EG<\sqrt{\dfrac{AC^2+BD^2}{2}}$;

b) $(EG)\equiv(HF)\Leftrightarrow AC\perp BD$.

Sorin Peligrad, Piteşti

VIII. 246 Fie $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât $x(3-2x)+y(3-2y)=2xy$.

Demonstrați că $0\leq x+y\leq 2$

Ştefan Smarandache, Bucureşti

VIII. 247 Semidreptele în spațiu $[OB$ şi $[OC$ sunt perpendiculare, iar semidreapta $[OA$ formează cu celelalte două, unghiuri cu măsura de 45^o, respectiv 60^o. Calculați măsura unghiului dintre semidreapta $[OA$ şi planul (BOC).

Mircea Trifu, Bucureşti

VIII. 248 Triunghiurile ABD şi ACE sunt în plane diferite şu au mediana AM comună.

a) Dacă $AB^2 + AD^2 = AC^2 + AE^2$, arătați că $BCDE$ este dreptunghi.

b) Dacă se adaugă condiția $m(\sphericalangle ABE) = m(\sphericalangle BAC) = 90^0$ determinați poziția punctului A astfel încât aria triunghiului ABC să fie maximă.

Florian Pană, Rm.Vâlcea

VIII. 249 a) Calculați

$$S = \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + ... + \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}.$$

b) Arătați că $\sqrt{1 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 3} + ... + \sqrt{n(n+1)} < n(n+1), n \in \mathbb{N}^*$

Laurențiu Panaitopol

VIII. 250 Fie $[AB]$ şi $[CD]$ segmente necoplanare astfel încât

$$\frac{CA}{CB} + \frac{CB}{CA} + \frac{AD}{DB} + \frac{DB}{DA} = 4.$$

Demonstrați că, în aceste condiții, $AB \perp CD$.

OL Timiş

Clasa a IX-a

IX. 211 Fie m un număr rațional pozitiv. Aflați m ştiind că $2m + \frac{1}{m}$ este număr întreg.

Ion Pătraşcu, Craiova

IX. 212 Într-un triunghi isoscel de bază a şi celelalte două laturi egale cu b unghiul de la vârf are măsura egală cu 20^0.

Demonstrați că $a^3 + b^3 = 3ab^2$.

Concurs „Mathematica- Modus Vivendi”

IX. 213 Dacă $a_1, a_2, ..., a_n$ sunt numere naturale nenule astfel încât

$$a = 1 + a_1 + a_1a_2 + a_1a_2a_3 + ... + a_1a_2a_3...a_n \le 2^n,$$

atunci să se arate că cel puțin două din numerele date sunt egale.

Gheorghe Țurcanu

IX. 214 Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $(x+1)(3x+5)(3x+4)^2 = 4$.

Daniela Covaci, Brăila

IX. 215 Pentru orice număr real x se notează

$$E(x) = ax^2 + (2a - b) \cdot x - b.$$

Arătați că:

a) există un singur număr real strict pozitiv t pentru care $E(t) > 0$.

b) $t \in (0,1)$.

Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

Clasa a X-a

X. 211 Determinați numerele reale x pentru care $\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{5-x} = 2$.

OL Caraş – Severin

X. 212 Dacă ε este o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$, se cere:

a) Calculați $S = 1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + ... + \varepsilon^{2012}$

b) Arătați că:

$$(i)(z-1) + \varepsilon(z-\varepsilon) + \varepsilon^2(z-\varepsilon^2) = 0, \forall z \in \mathbb{C};$$

$$(ii)|z-1|^2 + |z-\varepsilon|^2 + |z-\varepsilon^2|^2 = 3(1+|z|^2), \forall z \in \mathbb{C}.$$

* * *

X. 213 Determinați numerele naturale x, y şi numărul prim p, ştiind că

$$x^3 + x = p^y + 2.$$

Prof. Florin Stănescu, Găeşti

X. 214 Fie $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\sqrt{n} \notin \mathbb{N}$ şi $A = \left\{ a + b\sqrt{n} \middle| a, b \in \mathbb{N}, a^2 - nb^2 = 1 \right\}$.

Arătați că funcția $f : A \to \mathbb{N}, f(x) = [x]$ e injectivă, dar nu e surjectivă.

OL Arad

X. 215 Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $[\log_2 x] = x - 2$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a.

Silviu Lazăr, elev, Reşița

Clasa a XI-a

XI. 211 Dacă $x, y, z, t \in \mathbb{Z}$ şi $\Delta = \begin{vmatrix} x & y & z & t \\ x^2 & y^2 & z^2 & t^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 & t^3 \\ x^5 & y^5 & z^5 & t^5 \end{vmatrix}$, arătați că Δ este divizibil prin 30.

OL, Mehedinți

XI. 212 Dacă $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ şi $A^3 \cdot B = I_2 - B$, demonstrați că $AB = BA$.

Dan Nedeianu, Drobeta Tr. Severin

XI. 213 Se consideră şirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{4}{x_n}, n \geq 0, x_0 = 1$.

Calculați: a) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$; b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$

OL Satu Mare

XI. 214 Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ se notează $a_n = \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^n x}{\cos^2 x}$.

Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} \cdot \left(\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n} \right)$.

OL Caraş Severin

XI. 215 Să se arate că pentru orice $x \geq 2$ este adevărată inegalitatea

$$(x+1)\cdot\cos\frac{\pi}{x+1} - x\cdot\cos\frac{\pi}{x} > 1.$$

* * *

Clasa a XII-a

XII. 211 Fie $G = \left\{ f:[0,1]\to[0,1] \,\middle|\, f \text{ continuă şi bijectivă} \right\}$.

a) Arătați că toate elementele lui G sunt funcții strict monotone.

b) Arătați că $(G,\circ)$ este grup;

c) Fie $g \in G$ cu proprietatea că este un element de ordin finit şi $g(0)=0$. Arătați că ordinul lui g în G este 1.

* * *

XII. 212 Definim pe mulțimea $G=(3,\infty)$ operația $x*y = xy-3x-3y+1$, $\forall x,y \in (3,\infty)$. Arătați că $(G,*)$ formează un grup izomorf cu grupul $(\mathbb{R},+)$.

OL Bihor

XII. 213 Arătați că, dacă $(G,\cdot)$ este un grup $a \in G$ un element fixat, atunci $f_a : G \to G,\ f_a(x) = a\cdot x\cdot a^{-1}$ este un automorfism al grupului G.

OL Caraş- Severin

XII. 214 Arătați că $f:[0,2\pi]\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1}{2+\cos x}$ este primitivabilă şi determinați mulțimea primitivelor sale.

Concurs Traian Lalescu

XII. 215 Să se demonstreze că $\dfrac{2}{3} < \displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ şi să se arate că

$$\sin\frac{\sqrt{2}}{4} > \frac{1}{3}.$$

* * *

Probleme alese

A 21. Dacă $a,b,c>0$, demonstrați inegalitatea

$$\frac{1}{2a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{2c}\geq\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}.$$

Dorin Andrica

A 22. Demonstrați că nu există numere naturale m,n,p astfel încât

$$n=m^4 \text{ şi } n^3+4n^2+6n+4=p^4.$$

Dorin Andrica

A 23. Determinați mulțimea

$$A=\left\{n\in\mathbb{N} \mid \forall a\in\mathbb{N}, \text{ impar cu } a^2<n\Rightarrow a\mid n\right\}.$$

Dorin Andrica

A 24. Demonstrați că, dacă $n\in\mathbb{N}$, atunci inegalitatea

$\frac{1}{2^{n-1}}\leq x^{2n}+\left(1-x^2\right)^n\leq 1$ este adevărată pentru orice $x\in[-1,1]$.

Dorin Andrica

Rubrica rezolvitorilor (punctaje obținute pentru rezolvările problemelor din RMCS nr. 35 – 38, pentru punctajele publicate în Gazeta Matematică până la nr.2/2012; în final, totalul cumulat pentru ediția a VII-a a Concursului RMCS)

Clasa a II-a

Şcoala, profesor, nume, prenume elev	Nr.35,36	nr.37	nr.38	GM	Total
Lic. Hercules Herculane					
Murguleț Alexandru	240	140	180		560
Stan Elena Andreea	120	140	170		430
Băltățeanu Valentina	240	140	200		580
Stoican Anastasia	200				
Gavril Tania	240	140	200		580
Popa Maria Alexandra		200	150		350
Liceul Tehnologic Mehadia					
Dumbravă Alexandru	120				
Şcoala nr.2 Reşița					
Manole Alexandra	100				
Istvancsek Bianca	200	130			
Rusu Adelin Dumitru	340	200	170		710
Boc Alissia – Driada	340	200	160		700
Zarcula Alexandru	200				
Comănescu – Crîsciu Diana	200				
Voina Vanesa	200	200			400
Milcu Irina	200	150	80		430
Florea Ioana Patricia	320	190	150		660
Neveanu Alexandra		160	60		
Şcoala nr.9 Reşița					
Imbrescu Cosmin	210	150	110		470
Lupaşcu Eduard Mihnea	200	160	80		440
Popescu Sebastian Marius	115	140	120		375
Puşu Antonia	200	160	80		440
Florea Andrada	480	100	110		690
Melca Laurian	200	130	110		430
Velică Andreea-Maria	100				
Şcoala nr.12 Reşița					
Glosic Dragoş	200	100	90		390
C.N. Traian Lalescu Reşița					
Bîcleşanu Ana		80			
Ciocheltca Alexia			50		

Roşian Vlad			**80**		
Inişconi Mark			**60**		
Nedelcovici Cristiana			**80**		
Pop Alexandru			**100**		
Sorca Sebastian			**90**		
Başa Adrian			**50**		
Albu Iulia			**10**		
Bilan Monica			**30**		
Dragomir George			**10**		
Lic. C.D. Loga Caransebeş					
Jura Andra		**60**			
Răduți Daiana		**100**	**30**		
Tătar Sebastian		**150**	**100**		
Turnea Alexandru		**100**	**80**		
Tiplea Gabriel		**100**	**40**		
Gai Fabian		**100**			
Şc. nr.1 Moldova – Nouă					
Crenicean Dalia			**60**		
Rogobete Dalia			**60**		
Zaberca Alexia			**60**		
Şcoala Rusca Teregova					
Blaj Sorin Ionuț			**80**		
Brânzei Marius Ionuț			**80**		

Clasa a III-a

Liceul Hercules Băile Herculane					
Bolbotină Iulia	**240**	**250**	**250**		**740**
Bolbotină Flavia	**240**	**250**	**250**		**740**
Liceul Eftimie Murgu Bozovici					
Ignea Alina	**430**	**240**	**180**	**190**	**1060**
Clipa Andreea	**426**	**280**	**180**	**190**	**1076**
Anton Iulia Andreea	**436**	**240**	**200**	**190**	**1086**
Oniga Nicoleta	**420**	**260**	**210**	**190**	**1080**
Marin George	**426**	**260**	**180**	**190**	**1056**
Mihoc Cristian	**433**	**200**	**200**	**190**	**1023**
Toma Sandra		**170**			
Borchescu Ionică		**260**			
Gherasim Marius		**160**			
Chera Goga Marian		**110**			
Lic. C.D.Loga Caransebeş					
Savu Amalia	**240**	**180**	**96**		**516**
Scalcău Stănoia Teodora	**290**	**186**	**175**		**651**

Ostoea Maria Alexandra	**280**	**190**	**130**		**600**
Baitz Darius	**110**	**170**	**100**		**380**
Cornea Andra	**130**				
Tufişi Alexandru	**100**				
Şc. nr.1 Moldova – Nouă					
Craiovan Cosmina	**90**				
Şcoala nr.2 Reşiţa					
Jula Diandra	**300**	**160**	**270**		**730**
Giurescu Petre	**175**	**190**	**220**		**585**
Cismaru George	**143**		**100**		
Stuparu Daniel	**290**	**250**	**210**		**750**
Marin Oana	**230**	**180**			**410**
Bîtea Iulia	**200**				
Petrică Andra	**250**		**180**		**430**
Bîrla Ştefan Alexandru	**260**	**250**	**270**		**780**
Doran Andrei	**260**	**220**	**250**		**730**
Terfăloagă Mario	**260**	**280**	**260**		**800**
Pinte Alexandru	**270**	**260**	**200**		**730**
Tibru Bianca	**261**	**260**	**230**		**755**
Ţucă – Willinger Andra	**290**	**170**	**250**		**710**
Dumitru Maria Alexia	**251**	**280**	**250**		**781**
Popescu Nicoleta	**260**	**280**	**200**		**740**
Hamat Octavia	**260**	**280**			**540**
Fara Eduard	**270**	**200**	**240**		**710**
Boloca Mădălina	**444**	**290**	**280**		**1034**
Aruxandei Oana	**200**	**90**			
Călin Denis	**250**				
Mircea Antonia	**290**	**160**	**220**		**670**
Lucacela Giulia		**210**			
Bălu Irina		**160**	**80**		
Şc. Romul Ladea Oraviţa					
Ghiduş Adela	**220**	**120**	**100**		**440**
Richter Eduard	**100**				
Iancu Eunice Anastasia	**230**	**100**	**100**		**430**
Dumitru Ana-Maria	**260**	**210**	**176**		**646**
Tomici Bogdan	**340**	**220**	**196**		**756**
Albert Sterian Eduard	**100**				
Ivănuş Rareş	**48**	**200**	**120**		**368**
Mişca Laurenţiu	**100**				
Ghiuţă Andrei	**90**				
Schinteie Amalia	**90**				
Novac Naomi	**100**	**250**	**70**		**420**

Fiştea Răzvan	**90**		**160**		
Gherovăț Ana-Maria	**360**	**90**	**100**		**550**
Lic. Dragalina Oravița					
Lăpuşnianu Ştefan	**100**				
Lic Bănățean Oțelu – Roşu					
Feil Nadia	**270**	**250**	**240**		**760**
Schelean Alexandra	**330**	**200**	**200**		**730**
Oancea George		**60**			
Lic.Tehnologic Mehadia					
Dumbravă Alexandru		**130**	**80**		
C. N. Tr. Lalescu Reşita					
Gălețan Andreea			**190**		

Clasa a IV-a

Lic Hercules Herculane					
Blidariu Mihai	**100**				
Bohnsack Alexandru	**380**	**80**	**110**		**570**
Cîrdei Bogdan	**540**	**280**	**250**		**1070**
Popescu Marius	**220**				
Petcu Egon	**380**	**170**	**250**		**800**
Vlădica Alexandra	**200**				
Gongu Ilie Cristian	**225**				
Dina Emanuel	**250**	**240**	**140**		**630**
Cionca Cosmin	**100**	**50**	**120**		
Staicu Ariana	**220**	**230**	**300**		**750**
Lic Ped Caransebeş					
Bogdan Alexandra	**410**	**190**	**130**		**730**
Boncalo Sebastian	**460**				
Brejnec Adrian	**140**				
Huian Cosmina	**531**	**180**	**130**		**841**
Ghimboaşă Petronela	**500**	**200**	**200**		**900**
Iacob Rareş	**400**	**230**	**200**		**830**
Şc. nr.1 Moldova – Nouă					
Muntean Paul	**200**				
Gruescu Gabriel	**200**	**100**	**90**		**390**
Şc Romul Ladea Oravița					
Győ rgy Maria Cristina	**183**				
Sporea Bianca	**80**				
Balmez Cristina	**560**	**186**	**310**		**1056**
Mureşan Eliza	**300**	**230**	**296**		**826**
Marocico Denis	**410**		**90**		**500**
Stîngă Răzvan	**410**	**110**	**180**		**700**
Potoceanu Anamaria Larisa	**190**				

Lic Dragalina Oravița					
Lazarov Andrei	**240**	**250**	**270**		**760**
Lic Bănățean O. – Roşu					
Drăghici Mihail	**230**	**200**			**430**
Baderca Flavius	**400**	**200**	**180**		**780**
Meilă Denis	**520**	**200**	**280**		**100**
Angheloni Denisa	**540**	**200**	**260**		**100**
Groza Adrian		**200**	**140**		**340**
Şcoala nr.2 Reşița					
Tucanu Cristina	**220**				
Rotariu Răzvan	**570**	**200**	**150**		**920**
Burileanu Iulia	**100**				
Racoceanu Rareş	**510**	**190**	**250**		**950**
Cicortaş Raul	**90**				
Ciobanu Elena	**530**	**250**	**350**	**372(J)**	**1502**
Szazi Timeea	**340**	**70**			**410**
Milencovici Radoliub	**430**	**210**	**265**		**905**
Aruxandei Denisa	**180**				
Datcu Goiceanu David	**490**				**490**
Istvancsek Andreas	**390**	**120**	**195**		**705**
Roescu Codruța	**590**	**190**			**780**
Şcoala nr.8 Reşița					
Purdea Mădălina Cristina	**90**	**100**	**176**		**366**
Lunguleasa Rafael	**240**				
Coandă Amelia	**600**	**210**	**280**		**1090**
Surugiu Dragoş		**145**			
Şcoala nr.9 Reşița					
Cîrpaci Rupa Esmeralda	**200**				
Bodnar Emanuela	**360**	**160**	**180**		**700**
Davidescu Olivia	**590**	**220**	**230**		**1040**
Voinea Nicoleta	**550**	**200**	**190**		**940**
Negrea Alexandra	**450**	**200**	**180**		**830**
Păvălan Patricia	**200**	**160**	**130**		**490**
Nistor Patricia		**170**			
Filipescu Raul		**100**			
C.N.Traian Lalescu Reşița					
Pădurean Daniel	**550**	**210**	**270**		**1030**
Kovacs Iulia	**400**	**190**	**260**		**850**
Şcoala nr.6 Reşița					
Bârzava Bianca		**60**			
Bulzu Maria Elena		**80**			
Crîsta Maria Alexandra		**100**	**100**		

Oțelariu Cristina			**100**		
Belcea Vlad			**100**		
Lic Eft. Murgu Bozovici					
Kovaci Sabrina		**170**			
Cîrpan Andrei		**90**			
Cârpan Ionuț		**150**			
Stanec Timeea		**100**			
Băciță Cristian		**100**			
Muşoiu Bianca		**200**			
Adamescu Lorena		**200**			
Gherasim Ana-Maria		**200**			

Clasa a V-a

Lic Hercules Herculane					
Stoican Anastasia	**194**	**120**	**259**		**573**
Dancău Maria Ileana	**394**	**145**	**269**		**808**
Nicoară Rebeca	**390**	**132**	**245**		**767**
Bolbotină Gabriel,	**428**	**148**	**350**		**926**
Ciobanu Antonia		**112**	**201**		
Grigorie Simona		**116**			
Negoițescu Nicoleta		**138**	**202**		**340**
Liceul Pedagagogic C.D.Loga Caransebeş					
Țuican Alexandru	**100**	**106**			**206**
Grup şcolar C.M. Caransebeş					
Nițu Nastasia Elena		**39**			
Şc. Romul Ladea Oravița					
Burcuşel Alex Paul	**155**				
Preda Damir	**401**	**95**	**152**		**648**
Dudilă Eduard	**130**				
Popovici Antonia	**190**	**133**	**110**		**433**
Dumitraşcu Bogdan		**128**	**168**		**296**
Scarlat Sara Giulia		**160**	**233**		**393**
Blaj Cătălina		**142**			
Cerbu Remus		**167**	**227**		**394**
Popa Gordana Anamaria		**153**			
Burulea Alexandru		**35**	**70**		
Surugiu Alexandru		**146**			
Berger Gianyna		**153**	**120**		**283**
Minyov Alexandra		**160**	**130**		**290**
Stoica Cezar Andrei		**170**	**206**		**376**
Liceul Bănățean Oțelu – Roşu					
Ursu Raluca	**193**	**144**	**266**		**703**
Muntean Andra	**369**	**134**	**173**		**676**

Meszaroş Rebeca	**119**	**79**	**117**		**315**
Buță Jana Adina	**324**	**142**	**162**		**628**
Honciuc Raul	**180**	**78**	**140**		**398**
Drăghici Maria Florina	**163**				
Voiț Iulia	**366**	**134**	**265**		**765**
Boran Marian		**69**	**59**		
Brabilă Florin		**84**	**39**		
Daia Andreas		**78**	**59**		
Făfăneață Andrei		**89**	**29**		
Olaru Camelia		**85**	**60**		
Oltean Antonia Carmen		**140**	**130**		**270**
Văcălie Sandrino		**25**	**4**		
Bunea Sergiu			**66**		
Albai Denis			**150**		
Şcoala nr.3 Oțelu – Roşu					
Butoi – Drăghici Alina	**170**	**166**	**170**		**506**
Şulea Mariela		**136**			
Văran Anamaria		**143**			
C.N. Traian Lalescu Reşița					
Lucaci Cristiana	**110**				
Voina Liviu	**190**	**20**	**128**		**338**
Badea Elia	**210**				
Turcoane Paul	**370**	**139**	**150**		**659**
Cîrstea Denisa	**180**				
Cenan Glăvan Daria	**100**				
Bălănoiu Ana-Maria	**438**	**137**	**131**		**706**
Apati Richard Ştefan	**441**	**134**	**89**		**664**
Cristea Andrei	**123**				
Ciuban Casian	**54**				
Bica Anamaria		**39**			
Maldea Andreea		**43**	**60**		
Şcoala nr.2 Reşița					
Parfenie Alexandra	**420**				
Potocean Teodora Aura	**460**	**148**	**252**		**860**
Suteanu Sara	**314**				**314**
Muntean Andra	**398**	**109**			**507**
Stoia Gabriela	**200**	**39**			**239**
Zaharia Flavius	**100**				
Petrică Anca	**360**				**360**
Şcoala nr.6 Reşița					
Cremene Alina		**45**	**47**		
Ochialbi Andrada		**45**	**49**		

Şcoala nr.8 Reşiţa					
Paidola Flavius Zaharia	**191**	**129**			**320**
Goian Tudor	**390**	**136**	**85**		**611**
Duca David	**100**				
Şcoala nr.9 Reşiţa					
Jumanca Patricia	**398**	**131**	**219**		**748**
Filipescu Raul			**97**		
Şcoala Rusca Teregova					
Humiţa Ionela Florina	**86**	**106**	**108**		**300**
Codoşpan Mihai		**21**	**28**		
Oprişan Mădălina Maria		**49**	**53**		
Milu Andrei Marius		**30**			
Mariţescu Ileana			**50**		
Schânteia Adelina			**30**		
Godian Patricia Andreea			**10**		
Humiţa Ionuţ Gabriel			**114**		
Banda Alin			**72**		
Şcoala Glimboca					
Stanciu Cosmina				**120**	
Şcoala Sicheviţa					
Vela Adelin Iosif		**121**	**60**		
Lic Eft Murgu Bozovici					
Pîşlea Ionuţ Elian		**102**	**50**		
Pascariu Anda Cristina		**145**	**150**		**295**
Mustaţă Mihai		**60**	**50**		
Valuşescu Andrei		**77**	**60**		
Ruva Patricia Mădălina		**97**	**70**		
Ruva Oana		**96**			
Scoala 1 Moldova Nouă					
Martinovici Antonia			**39**		

Clasa a VI-a

Lic Ped Caransebeş					
Urechiatu Bianca	**189**	**75**	**121**		**385**
Hotima Darius	**62**				
Balint Alina	**80**				
Chersa Adrian Octavian	**99**	**86**			**185**
Tunsoiu Oana Mihaela	**90**		**49**		
Boba Bianca Cristina	**42**	**34**			
Benec Ileana	**81**		**33**		
Buzescu Mălina	**190**	**80**	**50**		**320**
Muhlroth Otto	**128**	**75**			**203**

Lupu Andrei Cristian	**170**				
Lungocea Amalia Maria	**133**				
Ştefănigă Răzvan	**187**				
Tîrnă Mihai Alexandru	**107**				
Teregovan Nicoleta	**85**	**46**			
Pascotă Andreea	**240**	**87**	**90**		**417**
Dărăban Mariana	**60**				
Pepa Rolland Daniel	**50**				
Cernicica Andrei	**108**	**75**			**183**
Popescu Roxana		**43**			
Dedar Anca		**66**			
Lalo Tania		**65**			
Şcoala nr.9 Reşiţa					
Ţigănilă Ionuţ	**173**	**26**			**199**
Şoavă Daniel Viorel	**126**	**40**			
Zaharia Flavia Cristiana	**394**	**74**	**74**		**542**
Imbrescu Raluca	**261**	**84**	**46**		**391**
Remo Denis	**291**	**66**			**357**
Gherasim Daniel	**319**	**87**	**51**		**457**
Şcoala nr.3 Oţelu – Roşu					
Olariu Nicoleta Daiana	**217**				**217**
Buzuriu Andreea	**212**				**212**
Jucoş Giuliana		**66**			
Zărnescu Gabriela		**80**	**94**		
Lic Bănăţean Oţelu – Roşu					
Ştefoni Fabian Cosmin	**20**				
Racolţa Annlee	**119**	**93**	**90**		**302**
Drăghici Maria Florina	**141**	**88**			**229**
Drăgan Lavinia	**58**	**93**	**44**		**195**
Florei Anna		**93**			
Oltean Emanuel Liciniu		**66**			
Roşu Florina		**93**	**62**		
Rusu Claudia		**66**			
Solomon Lorena		**96**			
Stan Darius		**100**	**71**		
Ştefan Carina		**88**	**49**		
Liceul Teoretic Mehadia					
Dumbravă Marius	**278**	**79**	**92**		**449**
Grup şc c. m. Caransebeş					
Pepa Georgiana	**148**				
Niţu Nastasia Elena	**129**				
Agape Maria		**50**			

Lic Hercules Herculane					
Gelegram Sorin I. Dumitru	**248**				**248**
Şcoala nr.8 Reşiţa					
Rus Gabriel Andrei	**170**	**67**	**67**		**304**
Andrei Cătălin	**116**				
Copocean Carmen Ionela		**7**	**45**		
Dudău Marin Claudiu		**50**	**80**		
Şcoala nr.2 Reşiţa					
Turturea Oana	**175**				
Milencovici Merima Nicole	**283**	**84**	**90**		**457**
Nicola Elena Beatrice	**50**				
CN Traian Lalescu Reşiţa					
Prunar Silviu	**38**				
Păuşan Barna Leonard D.	**43**				
Lucaci Cristiana	**110**				
Cîrstea Denisa	**180**				
Cenan Glăvan Daria	**160**				
Şcoala Rusca Teregova					
Stepanescu Iuliana	**80**	**6**			
Vingan Alexandru			**64**		
Blaj Petru			**83**		
Blaj Elisabeta Luciana	**86**	**21**	**64**		**171**
Şc Romul Ladea Oraviţa					
Niţu Flavius	**260**			**130**	**390**
Lic Eft. Murgu Bozovici					
Imbrescu Iasmina		**48**	**50**		**98**
Străin Ana		**58**			
Pervu Cosmina		**58**			
Romînu Iosimela		**58**			
Bihoi Simona		**58**			
Chera Ana-Maria		**58**			
Careba Geanina Maria		**58**			

Clasa a VII-a

Lic Eft. Murgu Bozovici					
Melcescu Florina	**60**	**50**	**60**	**200**	**370**
Băin Oriana	**70**	**50**	**60**	**210**	**390**
Vodă Ana-Maria	**60**	**40**	**40**	**90**	
Borozan Ionuţ		**130**			
Hotac Roberto		**50**	**50**		
Măreşescu Miruna		**50**			
Novac Georgiana		**30**			
Murgu Rebeca		**45**			

Cherescu Casian		25			
Lic Ped Caransebeş					
Jura Victor	**100**	**120**	**110**		**330**
Ardelean Andra	**180**	**80**	**90**		**350**
Nicoară Daiana	**86**				
Ciobanu Iulia Andreea	**314**	**65**			**379**
Miculescu Adrian	**40**				
Iovănică Sebastian	**38**				
Buliga Maria			**60**		
Lic Tr Doda Caransebeş					
Ionescu Roberto	**217**	**50**	**60**		**327**
Şcoala nr.8 Reşiţa					
Cipu Drăghici Cosmin	**282**	**70**			**352**
Dudău Marin Claudiu	**287**				**287**
Copocean Carmen	**430**				**430**
Lic Bănăţean Oţelu – Roşu					
Vîrvesc Ionela Adina	**81**	**50**			**131**
Firanda Denysa	**236**	**130**	**129**		**495**
Epuraş Georgian	**200**	**90**	**116**		**406**
Hrenyak Alexia	**210**	**100**	**87**		**397**
Rus David Andrei	**368**	**80**	**97**		**545**
Damian Patricia Cristina	**54**		**90**		
Suciu Alexandra	**325**	**120**	**125**		**570**
Cojocaru Daria	**81**	**50**			
Văcălie Andreeas	**65**	**5**			
Boştină Dorian	**108**	**113**	**67**		**288**
Babeu Denis	**60**				
Graszl Bianca Laura	**65**	**120**	**97**		**282**
Janţu Marin Petre	**200**	**108**	**80**		**388**
Cioarcă Adnana	**230**	**130**	**107**		**467**
Mihuţ Casiana	**130**	**90**	**84**		**304**
Moica Dan		**15**			
Pănescu Sergiu		**10**	**30**		
Savescu Ovidiu			**49**		
Mihancea Miruna			**29**		
Szalma Eric			**60**		
Şcoala R Ladea Oraviţa					
Cocar Lorena Melissa	**259**	**60**	**25**		**344**
Gagea Maria Mirabela	**110**				
Horniciar Andrei	**84**	**50**	**110**		**244**
Marocico Diana Andreea	**116**	**70**	**25**		**211**
Borozan Ionuţ		**90**			

Fuicu Cristiana		**40**			
Simu Victor		**110**			
Jumanca Lisa			**20**		
Şcoala nr.2 Reşiţa					
Mihancea Miruna	**76**				
Popa Radu	**40**				
Pinte Ana-Maria	**248**	**35**	**66**		**349**
Lic.Dragalina Oraviţa					
Lisa Jumanca	**64**	**15**			
Şcoala nr.9 Reşiţa					
Moroti Cristina	**105**		**20**		
Călina Antonia	**125**		**20**		
Şutilă Alexandra Ionela	**95**		**35**		
Bălean Vlad	**135**	**5**			
Şcoala Rusca Teregova					
Vingan Irina	**58**	**68**	**84**		**210**
Stepanescu Ana Maria	**0**	**15**			
Codoşpan Alina	**14**	**5**	**15**		
Humiţa Dana		**5**	**64**		
Stepanescu Larisa		**30**	**46**		
Raduia Elisaveta			**106**		
Humiţa Dumitru			**106**		
Banda Nicolae			**86**		
Gherga Zaharia			**15**		
Blaj Cristina			**15**		
Andrei Petru			**20**		
Gherga Ion			**20**		
Şcoala Vîrciorova					
Bănescu Ramona	**37**				

Clasa a VIII-a

Lic Eft Murgu Bozovici					
Romînu Denisa	**55**	**40**	**50**	**70**	**215**
Marin Mihaela Cosmina	**55**	**50**	**50**	**70**	**215**
Lic Hercules B Herculane					
Urzică Ionuţ Sorin	**115**	**42**	**90**		**247**
Stanciu Ana Maria	**163**	**42**	**117**		**322**
Urdeş Florin	**80**	**42**	**65**		**187**
Stanciu Ana	**160**	**42**	**117**		**319**
Cîrdei Alex	**110**	**42**	**65**		**215**
Popa Andrei	**116**	**42**	**90**		**248**
Moagă Alexandru		**142**	**72**		**214**

Şcoala nr.2 Reşiţa					
Neaţu Monica	**71**	**70**	**80**		**221**
Ciobanu Anca	**110**	**90**	**60**		**260**
Şcoala nr.8 Reşiţa					
Budimir Claudia	**180**				
Rus Daniel	**248**	**50**	**107**		**405**
Şcoala nr.9 Reşiţa					
Anănuţă Adela	**25**				
Muscu Dragoş	**74**				
Pupăzan Andreea	**76**				
Şc Romul Ladea Oraviţa					
Balmez Andrada	**347**	**105**	**110**		**562**
Murgu Teodora	**238**	**45**	**110**		**393**
Lic Bănăţean Oţelu – Roşu					
Erdei Dorian	**45**	**40**	**75**		**160**
Szatmari Larisa	**300**	**110**	**140**		**550**
Honciuc Laura	**55**	**68**	**52**		**175**
Toader Răzvan	**300**	**100**	**120**		**520**
Neagu Alexandra	**10**				
Dinu Alexandru	**3**	**5**	**40**		
Cerna Miruna		**75**			
Oancea Maria Roxana		**35**	**50**		
Simescu Geanina Larisa		**100**	**100**		**200**
Trifu Teodora		**100**	**100**		**200**
Ţolea Oana Lorena		**80**	**50**		
Văran Alexandra			**60**		
Şcoala nr.3 Oţelu – Roşu					
Piess Helmuth	**85**				
CN Traian Lalescu Reşiţa					
Malyar Cristina	**10**				
Şcoala Rusca Teregova					
Stepanescu Maria		**15**	**127**		
Banda Ioan Alexandru			**68**		
Gherga Ana Cristina			**95**		
Stepanescu Ecaterina			**135**		
Hurduzeu Dumitru Mihai			**87**		
Şcoala Vîrciorova					
Ivăniş Patricia	**66**				
Lic Tr Doda Caransebeş					
Stoicănescu Petru		**60**	**68**		

Clasa a IX-a

Liceul Ped Caransebeş					
Dinulică Ioan – Septimiu	**410**	**135**	**145**		**690**
Dinulică Petru – Augustin	**410**	**135**	**145**		**690**
Bogdan Roxana		**50**	**50**		**100**
Nica Hermina		**50**	**30**		
Grup Moldova Nouă					
Nistoran Denisa	**20**	**10**			
Damian Melisa Dana	**40**	**60**	**60**		**160**
Rujici Marina	**30**	**50**	**90**		**170**
Parasca Larisa			**20**		
Lupu Denisa			**30**		
Lic.Bănățean Oțelu – Roşu					
Ştefănescu Andrei	**458**	**135**	**125**	**250**	**968**
Bistrean Andra	**75**	**97**	**90**		**262**
Bunei Silvana	**75**	**97**	**70**		**242**
Meszaroş Alessia	**10**	**30**	**20**		
Băilă Cristina		**62**	**80**		**142**
Buță Laurian		**30**	**47**		
Barbu Daniel		**47**			
Românu Nicoleta		**40**	**68**		**108**
Trica Alex		**40**			
Popa Răzvan		**40**	**40**		
Guțan Iuliana			**45**		
Preda Cristina			**40**		
Sîrbu Petre			**63**		
Gaşpar Larisa			**40**		
Haba Beatrice			**40**		
Roşu Ionuț Alexandru			**63**		
Necşa Adina			**40**		
Manea Florina			**57**		
Ciurică Bianca			**46**		
Raț Laura			**47**		
Lic. Dragalina Oravița					
Pîrvu Ancuța Iulia	**159**	**90**	**140**		**389**
CN T. Lalescu Reşița					
Ciulu Miruna	**300**	**165**			**465**
Lic Tr Doda Caransebeş					
Petculescu Florin		**48**			
Ciubuc Marci		**48**			
Niagu Uța Mihaela		**65**			
Stepanescu Michael		**38**			

Clasa a X-a

Lic Eft Murgu Bozovici					
Pîrciu Viorel-Damaschin	**20**				
Grup şc Moldova Nouă					
Vladisavlevici Iuliana	**55**				
Lic Hercules B Herculane					
Rădoi Iulia	**96**	**55**	**70**		**221**
Timaru Sorin	**107**	**55**	**67**		**229**
Calotă Cristina		**55**	**67**		**122**
Moacă Nicoleta		**55**	**67**		**122**
Lic Ped Caransebeş					
Stanciu Maria Georgiana	**56**				
Lic Tr Doda Caransebeş					
Valuşescu Andreea	**67**	**55**			**122**
Szabo Ildiko	**40**				
Orbulescu Vlad	**50**	**38**			**88**
Colțan Adrian	**50**	**50**			**100**
Iova Miruna	**60**	**45**			**105**
Orbulescu Dan	**50**				
Florei Laura	**40**				
Ban Ioana	**40**	**48**	**50**		**138**
Pop Silvia	**40**	**48**	**50**		**138**
Stan Erimescu-Maria	**40**				
Trica Lazăr Ioan		**58**			
Mitrea Alexandru Robert		**48**			
Isac Rusalin		**48**			
Niagu Maria		**45**			
Orbulescu Dan		**58**			
Lic Bănățean Oțelu – Roşu					
Pop Cristian	**106**	**20**	**60**	**80**	**266**
Cucuruz Marilena	**43**		**54**		**97**
Băilă Diana	**122**	**58**	**100**		**280**
Ciama Mirela	**41**		**54**		
Bidilici Răzvan	**41**		**50**		
Vărgatu Alina	**77**				
Samfireag Anița	**77**				
Radu Ionela	**77**	**57**	**100**		**234**
Popescu Ana-Maria	**77**	**57**			
Preda Gabriela Dagmar		**30**	**70**		**100**
Adam Alina		**58**	**100**		**158**
Banc Marius Daniel			**50**		

Lic Tehnologic Mehadia					
Vidale Flavius		**80**			
Vlaicu Maria Elisabeta			**80**		

Clasa a XI-a

Lic Eft Murgu Bozovici					
Surulescu Ilie	**30**				
Lic Tr Doda Caransebeş					
Milu Nicoleta	**47**				
Dumitraşcu Andreea	**56**				
Niagu Alina Andreea		**48**			
Grup şc Moldova Nouă					
Vuletici Nikolia	**45**	**50**	**40**		**135**
Iorgovan Georgina	**221**	**70**	**48**		**339**
Cioancă Dorotea	**60**	**30**	**30**		**120**
Herea Mihaela	**65**	**30**	**30**		**125**
Vladisavlevici Iuliana		**50**	**40**		**90**
Popa Dragana		**50**	**30**		**80**
Croitoru Alexandra		**30**	**30**		**60**
Vizitiu Alexandra			**30**		**30**
Lic Bănăţean Oţelu – Roşu					
Krokoş Lorena	**70**	**40**	**20**		**130**
Gemănariu Traian		**36**			
Buzuriu Lucian	**60**	**40**	**20**		**120**
Liceul G.Moisil Timişoara					
Stoicănescu Gelu		**58**	**120**		**178**

Clasa a XII-a

Grup şc Moldova Nouă					
Uţă Robert	**10**				
Lic Tehnologic Mehadia					
Costescu Nicoleta	**125**	**85**	**82**		**292**
Coconete Cosmina			**65**		
Lic Bănăţean Oţelu – Roşu					
Duma Andrei	**35**	**40**	**45**		**110**
Bugariu Răzvan	**35**	**35**	**35**		**105**
Lic Tr Doda Caransebeş					
Szabo Cristian		**50**	**85**		**135**
Lic Ped Caransebeş					
Semenescu Anca		**80**	**30**		**80**

Miniconcursul revistei

În numărul 37 al revistei noastre a fost publicat enunțul unei provocări: **Dispuneți numai de cifrele 1, 2, 3, 4, 5 şi 6. Scrieți o egalitate adevărată utilizând toate cele şase cifre câte o singură dată, simboluri matematice şi eventual paranteze.**

Exemplu: $6:\left(1-\frac{3}{4}\right)=24$.

Autorul, apropiat din ce în ce mai mult de revista noastră, Domnul Ioan Dăncilă, ne-a anunțat că a fost bucuros şi încântat să primească mai multe încercări. Dintre acestea, câştigătoarea cărții promise a fost Eliza Sorina Mureşan de la şcoala Romul Ladea Oravița, clasa a IV-a; soluția oferită de Eliza este: $54\times 3=162$.

Problema 2.

Am câteva creioane colorate şi am constatat că:
○ toate creioanele, mai puțin 3, sunt roşii;
○ toate creioanele, mai puțin 4, sunt verzi;
○ toate creioanele, mai puțin 5, sunt albastre.
Câte creioane colorate am ?

Elevul care răspunde primul corect (repet : corect!) şi complet la întrebare va primi din partea autorului cartea "Învață geometrie cu... mâinile tale!"

Rezolvarea trebuie trimisă pe adresa :

Ioan Dăncilă, str. Drumul Taberei nr. 67, bl. TD 44, ap. 42
Sector 6, Bucureşti, cod poştal 061 366