

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 098

- 5p** 1. Să se arate că $\log_3 24 = 1 + 3a$, unde $a = \log_3 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $g(x) = bx + a$, unde a și b sunt numere reale. Să se arate că dacă $f(-1) = g(-1)$, atunci $f = g$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x-1} = \frac{1}{4}$.
- 5p** 4. Să se determine numărul natural nenul n astfel încât numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu n elemente să fie egal cu 6.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(3,0)$ și intersectează axa Oy în punctul de ordonată 4.
- 5p** 6. Să se determine lungimea înălțimii din O în triunghiul MON , unde $M(4,0)$, $N(0,3)$ și $O(0,0)$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 098

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se notează $X^2 = X \cdot X$.

5p a) Să se calculeze AB .

5p b) Să se demonstreze că $(A+B)^2 = (A-B)^2 = A^2 + B^2$.

5p c) Să se calculeze inversa matricei $(A-B)^2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție prin $x * y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

5p a) Să se demonstreze că $x * y = 3(x+1)(y+1) - 1$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine perechile $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care $(x^2 - 2) * (y^2 - 5) = -1$.

5p c) Știind că legea de compoziție este asociativă să se calculeze $(-2008) * (-2007) * \dots * (-1) * 0 * 1 * \dots * 2007 * 2008$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 098

1. Se consideră funcția $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

5p a) Să se verifice dacă $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, pentru orice $x > 1$.

5p b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 2$.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \geq e^2$, pentru orice $x > 1$.

2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_n(x) = \sqrt{x^n + 4x}$.

5p a) Să se verifice că $\int_1^4 f_1(x) dx = \frac{14\sqrt{5}}{3}$.

5p b) Să se calculeze $\int_1^4 \frac{x+2}{f_2^2(x)} dx$.

5p c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox , a graficului funcției

$g : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$.