

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 084

- 5p** 1. Să se ordoneze crescător numerele $a = \sqrt{2}$ și $b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.
- 5p** 2. Să se demonstreze că parabola asociată funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 4$ este tangentă axei Ox .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \cdot 5^x = 15$.
- 5p** 4. Firma F_1 are un capital inițial de 10 000 lei și în anul 2007 a realizat un profit de 5 000 lei. Exprimați în raport cu capitalul inițial procentul pe care-l reprezintă profitul firmei.
- 5p** 5. Se consideră pătratul $ABCD$, de centru O . Să se calculeze $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD}$.
- 5p** 6. Să se determine $\sin(\sphericalangle ABC)$ în hexagonul regulat $ABCDEF$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 084

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se arate că $A = B + I_3$.

5p b) Să se demonstreze că matricea A este inversabilă și să se determine A^{-1} .

5p c) Să se determine numărul real a astfel încât $\det X(a) = (2a - 1)^3$, unde $X(a) = I_3 + aA$.

2. Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se consideră legea de compoziție definită astfel
 $x * y = xy - x - y + 2$.

5p a) Să se demonstreze că $x * y = (x - 1)(y - 1) + 1$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se demonstreze că legea "*" este asociativă.

5p c) Să se calculeze $\frac{\sqrt{1}}{2} * \frac{\sqrt{2}}{2} * \dots * \frac{\sqrt{2008}}{2}$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 084

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{e^x}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{-x^2 + 3x - 2}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(x) \geq \frac{1}{e}$ pentru orice $x \leq 2$.

2. Se consideră funcția $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+2}$.

5p a) Să se calculeze $\int f^2(x) dx$, unde $x \in [0,1]$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p c) Folosind eventual faptul că $\sqrt{x+2} \leq \sqrt{3}$ pentru orice $x \in [0,1]$, să se arate că $\int_0^1 x^{2008} f(x) dx \leq \frac{\sqrt{3}}{2009}$.