

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 041

- 5p** 1. Să se determine soluțiile reale ale inecuației $x^2 - 9 \leq 0$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2008x - 2007$. Să se verifice dacă punctul $A\left(\frac{2009}{2008}, 2\right)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Să se rezolve ecuația $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine numărul real x , știind că șirul $1, 2x+1, 9, 13, \dots$ este progresie aritmetică.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,2)$ și $N(2,1)$. Să se determine ecuația dreptei MN .
- 5p** 6. Să se calculeze $tg^2 30^\circ + ctg^2 45^\circ$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 041

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - y + 2z = a \end{cases}$$
, unde $a \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.
5p b) Pentru $a = 0$ să se rezolve sistemul.
5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât soluția sistemului să verifice relația $x = y + z$.

2. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și submulțimea

$G = \{X^n \mid n \in \{1, 2, 3\}\}$, unde $X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{\text{de } n \text{ ori}}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- 5p** a) Să se verifice că $X^3 = I_3$.
5p b) Să se calculeze $\det(I_3 + X + X^2)$.
5p c) Să se demonstreze că, dacă $Y \in G$, atunci $Y^{-1} \in G$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 041

1. Fie funcția $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (1, \infty)$

5p b) Să se verifice că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -1$.

5p c) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{x}$ și $g(x) = \frac{1}{4} \cdot \ln x$.

5p a) Să se arate că $\int_1^4 f(x) dx = \ln 4 + 2$.

5p b) Utilizând metoda integrării prin părți să se demonstreze că $\int_1^4 g(x) dx = \ln 4 - \frac{3}{4}$.

5p c) Să se arate că există un punct $x_0 \in (1, 4)$ astfel încât $g(x_0) < f(x_0)$.