

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2008
Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30p) – Varianta 010

- 5p** 1. Să se determine al nouălea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu $\frac{1}{3}$ și primul termen este 243.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $f^2(x) + 2f(x) - 3 = 0$.
- 5p** 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$.
- 5p** 4. Să se determine $m \in \mathbb{R}$, știind că $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0\} = \{1\}$.
- 5p** 5. Să se compare numerele $a = C_4^1 + C_4^3$ și $b = C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC având aria egală cu 15. Să se calculeze $\sin A$ știind că $AB = 6$ și $AC = 10$.

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 010

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Notăm $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze determinantul matricei A .

5p b) Să se arate că $A^2 + A^3 = O_2$.

5p c) Să se calculeze suma $A + 2 \cdot A^2 + \dots + 10 \cdot A^{10}$.

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = (X - 1)^{10} + (X - 2)^{10}$ și $g = X^2 - 3X + 2$.

5p a) Să se descompună polinomul g în produs de factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

5p b) Să se demonstreze că polinomul f nu este divizibil cu polinomul g .

5p c) Să se determine restul împărțirii polinomului f la polinomul g .

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 010

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \geq 1 \\ -x^2 + x, & x < 1 \end{cases}$.

5p a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se calculeze $f'(0) + f'(2)$.

5p c) Să se studieze derivabilitatea funcției f în punctul $x_0 = 1$.

2. Se consideră funcțiile $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin $f_0(x) = e^x$ și $f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se calculeze $f_1(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 x f_0(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $f_2(x) \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.