

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

---

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Numerele reale pozitive  $a, b, c, d$  sunt în progresie geometrică. Știind că  $d - a = 7$  și  $c - b = 2$ , să se determine rația progresiei.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale nenule ale lui  $m$  știind că  $mx^2 + x - 2 \leq 0$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în intervalul  $(0, 5)$  ecuația  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ .
- 5p** 4. Să se determine numărul  $n = C_{10}^0 - C_{10}^2 + C_{10}^4 - C_{10}^6 + C_{10}^8$ .
- 5p** 5. Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care vectorii  $\vec{u} = (a - 1)\vec{i} - (2a + 2)\vec{j}$  și  $\vec{v} = (a + 1)\vec{i} - \vec{j}$  sunt perpendiculari.
- 5p** 6. Fie  $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ . Să se calculeze  $\sin 2\alpha$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AXA^t = O_2\}$ , unde  $A^t$  este transpusa matricei  $A$ .

**5p** a) Să se arate că dacă  $X, Y \in G$ , atunci  $X + Y \in G$ .

**5p** b) Să se arate că, dacă  $X \in G$ , atunci suma elementelor lui  $X$  este egală cu 0.

**5p** c) Să se arate că dacă  $X \in G$  și  $\det X = 0$ , atunci  $X^n \in G$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^4 - 6X^3 + 18X^2 - 30X + 25 \in \mathbb{C}[X]$ .

**5p** a) Să se arate că polinomul  $f$  se divide cu  $X^2 - 2X + 5$ .

**5p** b) Să se arate că polinomul  $f$  nu are nicio rădăcină reală.

**5p** c) Să se arate că rădăcinile polinomului  $f$  au același modul.

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(\ln x)$ .

5p a) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = e$ , situat pe graficul funcției  $f$ .

5p b) Să se demonstreze că funcția  $f$  este concavă.

5p c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+1) - f(x)}{f'(x)}$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

5p b) Să se arate că orice primitivă a funcției  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

5p c) Să se calculeze  $\int_0^{2\pi} xf(x) dx$ .