

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

---

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se arate că numărul  $100^{\lg 2} + \sqrt[3]{-27}$  este natural.
- 5p** 2. Să se determine imaginea funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x+1} = -3^x + 8$ .
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor  $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$  care au proprietatea că  $f(1) + f(3) = 7$ .
- 5p** 5. În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, -1)$  și  $B(-1, 1)$ . Să se determine ecuația dreptei care trece prin originea axelor și este paralelă cu dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Fie  $a$  și  $b$  numere reale astfel încât  $\sin a + \sin b = 1$  și  $\cos a + \cos b = \frac{1}{2}$ . Să se calculeze  $\cos(a - b)$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Pentru  $p, q, r \in \mathbb{C}$ , se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + py + p^2z = p^3 \\ x + qy + q^2z = q^3 \\ x + ry + r^2z = r^3 \end{cases}.$$

- 5p** a) Să se arate că determinantul sistemului este  $\Delta = (p - q)(q - r)(r - p)$ .
- 5p** b) Dacă  $p, q, r$  sunt distincte, să se rezolve sistemul.
- 5p** c) Să se arate că, dacă sistemul are soluția  $(-1, 1, 1)$ , atunci cel puțin două dintre numerele  $p, q, r$  sunt egale.

2. Se consideră inelul  $(A, +, \cdot)$  unde  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ .

- 5p** a) Să se determine numărul elementelor mulțimii  $A$ .
- 5p** b) Să se rezolve în mulțimea  $A$  ecuația  $X^2 = I_2$ .
- 5p** c) Să se arate că  $(A, +, \cdot)$  nu este corp.

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow (-\infty, 0)$ ,  $f(x) = \ln(1+x) - x$ .

5p a) Să se demonstreze că funcția  $f$  este strict descrescătoare pe intervalul  $(0, +\infty)$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este surjectivă.

5p c) Să se arate că graficul funcției  $f$  nu admite asimptote.

2. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg} x$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

5p b) Să se arate că  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_1^x f(\ln t) dt = \frac{\pi}{2}$ .

5p c) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n}{n}\right) \right)$ .