

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
 - La toate subiectele se cer rezolvări complete.
-

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se arate că $\log_2 3 \in (1, 2)$.
- 5p** 2. Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $x^2 + 3x + m > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x + \cos(-x) = 1$.
- 5p** 4. Să se arate că, pentru orice număr natural n , $n \geq 3$, are loc relația $C_n^2 + C_n^3 = C_{n+1}^3$.
- 5p** 5. Se consideră dreptele de ecuații $d_1 : 2x + 3y + 1 = 0$, $d_2 : 3x + y - 2 = 0$ și $d_3 : x + y + a = 0$.
Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care cele trei drepte sunt concurente.
- 5p** 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC , știind că $AB = 4$, $AC = 3$ și $m(\sphericalangle BAC) = 60^\circ$.

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{C} \right\}$.

5p a) Să se calculeze A^3 .

5p b) Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ și $AX = XA$, atunci $X \in M$.

5p c) Să se arate că ecuația $X^2 = A$ nu are soluții în $M_3(\mathbb{C})$.

2. Se consideră polinomul $f = aX^4 + bX + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

5p a) Să se arate că numărul $f(3) - f(1)$ este număr par.

5p b) Să se arate că, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$, numărul $f(x) - f(y)$ este divizibil cu $x - y$.

5p c) Să se determine coeficienții polinomului f știind că $f(1) = 4$ și $f(b) = 3$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$.

5p a) Să se demonstreze că funcția f este strict crescătoare.

5p b) Să se demonstreze că funcția f este bijectivă.

5p c) Să se arate că graficul funcției f nu are asimptotă oblică spre $+\infty$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\}(1 - \{x\})$, unde $\{x\}$ este partea fracționară a numărului real x .

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

5p b) Să se demonstreze că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p c) Să se arate că valoarea integralei $\int_a^{a+1} f(x) dx$ nu depinde de numărul real a .