

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

---

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se calculeze  $z + \frac{1}{z}$  pentru  $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ .
- 5p** 2. Să se determine funcția de gradul al doilea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pentru care  $f(-1) = f(1) = 0$ ,  $f(2) = 6$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = \frac{11}{6}$ .
- 5p** 4. Să se demonstreze că dacă  $x \in \mathbb{R}$  și  $|x| \geq 1$ , atunci  $(1+x)^2 + (1-x)^2 \geq 4$ .
- 5p** 5. Să se determine ecuația înălțimii duse din  $B$  în triunghiul  $ABC$ , știind că  $A(0, 9)$ ,  $B(2, -1)$  și  $C(5, -3)$ .
- 5p** 6. Să se calculeze  $(2\vec{i} + 5\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 4\vec{j})$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră o matrice  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ . Se notează cu  $A^t$  transpusa matricei  $A$ .

5p a) Să se demonstreze că  $\forall z \in \mathbb{C}, \forall X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C}), \det(zX) = z^3 \det(X)$ .

5p b) Să se demonstreze că  $\det(A - A^t) = 0$ .

5p c) Știind că  $A \neq A^t$ , să se demonstreze că  $\text{rang}(A - A^t) = 2$ .

2. Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{Q}[X]$ , cu  $f = X^4 - 5X^2 + 4$ .

5p a) Să se determine rădăcinile polinomului  $f$ .

5p b) Să se determine polinomul  $h \in \mathbb{Q}[X]$ , pentru care  $h(0) = 1$  și care are ca rădăcini inversele rădăcinilor polinomului  $f$ .

5p c) Știind că  $g$  este un polinom cu coeficienți întregi, astfel încât  $g(-2) = g(-1) = g(1) = g(2) = 2$ , să se arate că ecuația  $g(x) = 0$  nu are soluții întregi.

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sin x$ .

5p

a) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare.

5p

b) Să se arate că graficul funcției nu are asimptote.

5p

c) Să se arate că funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt[3]{f(x)}$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$ .

2. Se consideră funcția  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ .

5p

a) Să se arate că funcția  $f$  are primitive pe  $[0, \infty)$ .

5p

b) Să se calculeze  $\int_0^1 xf(x) dx$ .

5p

c) Folosind eventual inegalitatea  $e^x \geq x + 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ , să se arate că  $0 \leq \int_0^x f(t) dt < 1$ ,  $\forall x > 0$ .