

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
  - La toate subiectele se cer rezolvări complete.
- 

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se calculeze  $1 + i + i^2 + \dots + i^{10}$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ,  $g(x) = 2x - 1$ . Să se rezolve ecuația  $(f \circ g)(x) = 0$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\lg(x+9) + \lg(7x+3) = 1 + \lg(x^2+9)$ .
- 5p** 4. Să se rezolve inecuația  $C_n^2 < 10$ ,  $n \geq 2$ ,  $n$  natural.
- 5p** 5. Se consideră dreptele paralele de ecuații  $d_1 : x - 2y = 0$  și  $d_2 : 2x - 4y - 1 = 0$ . Să se calculeze distanța dintre cele două drepte.
- 5p** 6. Să se calculeze  $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie sistemul 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ a^3x + b^3y + c^3z = 1 \end{cases}$$
, cu  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , distincte două câte două și  $A$  matricea sistemului.

**5p** a) Să se arate că  $\det(A) = (a+b+c)(c-b)(c-a)(b-a)$ .

**5p** b) Să se rezolve sistemul în cazul  $a+b+c \neq 0$ .

**5p** c) Să se demonstreze că dacă  $a+b+c=0$ , atunci sistemul este incompatibil.

2. Se consideră șirul de numere reale  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , cu  $a_0 = 0$  și  $a_{n+1} = a_n^2 + 1$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$  și polinomul  $f \in \mathbb{R}[X]$ , cu  $f(0) = 0$  și cu proprietatea că  $f(x^2 + 1) = (f(x))^2 + 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $f(5)$ .

**5p** b) Să se arate că  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $f(a_n) = a_n$ .

**5p** c) Să se arate că  $f = X$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^4 + 3}$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

5p b) Să se determine mulțimea valorilor funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că  $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ .

5p a) Să se calculeze  $\int_2^3 \frac{f(x)}{x-1} dx$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 13}{f(x)} dx$ .

5p c) Să se determine punctele de extrem ale funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \int_0^{x^2} f(t)e^t dt$ .