

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ - Proba D**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

---

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se calculeze  $\frac{1}{1+2i} + \frac{1}{1-2i}$ .
- 5p** 2. Să se rezolve în  $\mathbb{Z}$  inecuația  $x^2 - 10x + 12 \leq 0$ .
- 5p** 3. Să se determine inversa funcției bijective  $f : (1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = 3 \log_2 x$ .
- 5p** 4. Să se determine numărul funcțiilor  $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$  cu proprietatea că  $f(1) = f(4)$ .
- 5p** 5. Să se determine coordonatele vârfului  $D$  al paralelogramului  $ABCD$  știind că  $A(-2, 9), B(7, -4), C(8, -3)$ .
- 5p** 6. Triunghiul  $ABC$  are  $B = \frac{\pi}{3}$  și lungimea razei cercului circumscris egală cu 1. Să se calculeze lungimea laturii  $AC$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră punctele  $A(0, 6)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(-1, 8)$  și matricea  $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & a \\ 6 & 4 & 8 & b \end{pmatrix}$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Să se arate că punctele  $A, B, C$  sunt coliniare.

**5p** b) Să se determine rangul matricei  $M$  în cazul  $a = 3, b = 0$ .

**5p** c) Să se arate că dacă unul dintre minorii de ordin trei ai lui  $M$ , care conțin ultima coloană, este nul, atunci  $\text{rang}(M) = 2$ .

2. Pe mulțimea  $\mathbb{Z}$  definim legea de compoziție  $x * y = 5xy + 6x + 6y + 6$ .

**5p** a) Să se arate că legea “\*” este asociativă.

**5p** b) Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii  $\mathbb{Z}$  în raport cu legea “\*”.

**5p** c) Să se rezolve ecuația  $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{\text{de } 2009 \text{ ori } x} = -1$ .

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1}$ .

5p a) Să se calculeze derivata funcției  $f$ .

5p b) Să se determine punctele graficului funcției  $f$  în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta de ecuație  $9y = 2x$ .

5p c) Să se arate că, dacă  $x > 1$ , atunci  $\ln x \geq \frac{2(x-1)}{x+1}$ .

2. Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2}$  și șirul  $(a_n)_{n \geq 1}, a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$ .

5p a) Să se arate că  $f(k+1) \leq \int_k^{k+1} f(x) dx \leq f(k), \forall k \in (0, \infty)$ .

5p b) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n f(x) dx, n \in \mathbb{N}$ .

5p c) Să se arate că șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$  este convergent.