Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Caraş-Severin

REVISTA DE MATEMATICĂ

A ELEVILOR ŞI PROFESORILOR

DIN JUDEŢUL CARAŞ-SEVERIN

Nr. 33, An XI – 2010

Editura „Neutrino”
Reşiţa, 2010

Titlul: Revista de matematică a elevilor şi profesorilor din judeţul Caraş-Severin
I.S.S.N. 1584-9481

Mobil: 0741017700
www.neutrino.ro
E-mail: contact@neutrino.ro

CUPRINS

Gânduri

☺Nu prea ştiu de ce-ți scriu. Simt că am mare nevoie de o prietenie căreia să-i încredințez nimicurile ce mi se întâmplă. Poate că-mi scriu chiar mie.

Antoine de Saint Exupery

☺În orice situație, cel mai bun lucru pe care îl poți face este lucrul corect; următorul cel mai bun lucru pe care îl poți face este lucrul greşit; cel mai rău lucru pe care îl poți face este să nu faci nimic.

Theodore Roosevelt

☺Într-o prietenie, lucrul cel mai greu nu este de a ne da pe față defectele dinaintea unui prieten, ci de a-l face să şi le vadă pe ale lui.

La Rochefoucauld

☺Educația nu este răspunsul la întrebare. Educația este calea spre răspunsul la toate întrebările.

William Allin

☺Matematica este limba cu care Dumnezeu a scris universul.

Galileo Galilei

☺ Ecuațiile sunt importate pentru mine, deoarece politica e o chestiune de prezent, însă ecuațiile sunt chestiuni ce țin de eternitate.

Albert Einstein

☺Matematica va fi limba latină a viitorului, obligatorie pentru toți oamenii de ştiință. Tocmai pentru că matematica permite accelerarea maximă a circulației ideilor ştiințifice.

Grigore Moisil

☺Oh, dacă zero-urile ar fi rămas numai în matematică!

Vasile Ghica

Matematica...altfel

de Ovidiu Bădescu

Partea a III-a. Înainte de cifre...

Înainte de a vorbi despre simbolurile asociate numerelor, fie ele arabe sau romane, să vorbim despre numere. Nu se ştie exact când au început oamenii să numere, adică să măsoare multitudinea din punct de vedere cantitativ. O mare parte a preistoriei matematicii poate fi probabil redusă doar la efortul şi descoperirea de către diverse civilizații a unor clase tot mai largi de obiecte care îndeplineau condiția de a li se asocia un acelaşi *« număr »*. Evident, numărarea a început înainte de apariția simbolurilor 1, 2, 3 sau I, II, III ; se putea număra, de exemplu, folosind doar degetele. A exprima faptul că « am opt cămile » se putea face, în timp ce păşeau animalele, arătând, pe rând, degetele mâinii stângi, apoi trei degete de la cea dreaptă. Aveam deci « o mână de câmile şi încă trei degete »...

Rezultatele numărătorilor se mai făceau prin incizii echidistante sau zgârieturi pe bucăți de lemn sau de os (cel mai vechi, datând probabil de prin anul 35000 î.Cr., e un os de babuin cu 29 de incizii, descoperit în Africa, într-o peşteră). Se foloseau, deasemenea, discuri de lut cu desene de oi sau de cămile, conuri, cilindri, piramide mici – pe măsură ce turma de animale trecea prin fața ta, aruncai câte un obiect în traistă pentru fiecare animal(Orientul Mijlociu) ;incaşii foloseau noduri pe frânghii, iar în Evul mediu, spațiul balcanic folosea *răbojul* – bucată de lemn pe care se însemnau prin crestături diverse socoteli – zile de muncă, bani datorați, număr de vite, etc.

Se pare că foarte multă vreme se număra doar prin « unu », « doi » şi « mai mulți ».(Un trib din jungla amazoniană numără şi astăzi doar până la doi !) Ni se pare interesantă şi chiar incitantă o chestiune de ordin lingvistic : *unu* din limba română, este *uno* în spaniolă, *une* în franceză, *uno* în italiană, *one* în engleză, *ein* în germană, *youn* în haitiană, *en* în norvegiană, *een* în africană, *un* în galeză !, *en* în daneză, *isa* în filipineză, *yksi* în finlandeză, *bir* în turcă, etc.

Probabil că numărul « doi » s-a impus ca entitate abstractă (într-un salt mental care a durat, creu de crezut acum, secole sau milenii) pentru că oamenii au doi ochi, două mâini, două picioare, două urechi, pentru că există opoziția zi – noapte, pentru că pe cer « luminau » Soarele şi Luna,etc. Evident, trecerea ulterioară la simbolul 2 sau II a însemnat un alt salt al gândirii umane...

Despre unele reguli…

Bill Gates a ținut un discurs la un liceu despre cele 11 lucruri pe care elevii nu le-au învățat şi nu le vor învăța la şcoală,morala fiind probabil aceea că sentimentul de automulțumire şi învățăturile "corecte" din punctul de vedere al politicilor educaționale au creat o generație de copii care nu au deloc noțiunea de realitate şi despre felul în care realitatea aceasta i-a destinat eşecului în lumea reală.

1.Viața nu e dreaptă - obişnuieşte-te cu ideea!...

2.Lumii prea puțin îi pasă de stima ta de sine. Lumea se aşteaptă să realizezi ceva ÎNAINTE de a fi mulțumit de tine însuți...

3.Nu vei câştiga 60.000$ pe an de îndată ce părăseşti băncile şcolii. Nu vei fi vicepreşedintele vreunei companii cu telefon în maşină decât atunci când vei fi muncit pentru acestea...

4.Dacă crezi că profesorul tău e sever,stai să vezi când o să ai un şef !...

5.A lucra într-un fast- food nu este ceva sub demnitatea ta. Bunicii tăi aveau o altă denumire pentru asta: o numeau şansă...

6.Dacă o dai în bară, nu e vina părinților tăi, aşa că nu te mai smiorcăi în legătură cu greşelile tale, ci învață din ele...

7.Înainte de a te fi născut, părinții tăi nu erau atât de plicticoşi ca acum. Au ajuns aşa din cauză că trebuie să-ți plătească cheltuielile, să-ți spele hainele şi să te asculte pe tine spunându-le cât de grozav te crezi. Aşa că înainte de a te porni să salvezi jungla de paraziții generației părinților tău, încearcă să-ți despăduchezi propriul dulap...

8.Poate că şcoala ta a scăpat de învingători şi învinşi, însă viața NU... În unele şcoli au abolit corigențele şi elevul poate încerca de câte ori vrea el să dea răspunsul corect la o întrebare. Asta nu seamănă, deloc, cu NIMIC din viața reală...

9.Viața nu se împarte în semestre. Nu ai verile libere şi pe foarte puțini angajatori îi interesează să te ajute să "te găseşti". Faci asta în timpul liber...

10. Ce vezi la televizor NU e viața reală... În viața reală oamenii chiar trebuie să mai plece din cafenele şi să meargă la serviciu...

11. Fiți amabili cu tocilarii... Există şansa ca în viitor să lucrați pentru vreunul dintre ei...

Un punct de vedere

Aceste rânduri au mai apărut în paginile revistei noastre în urmă cu ceva vreme; ne permitem să le reluăm, pentru că suntem convinşi că sunt utile, pentru că avem colegi tineri(din păcate, prea puțini tinerii cu aptitudini matematice aleg meseria grea, dar superbă, de dascăl; evident, vina principală o poartă guvernele postdecembriste care s-au perindat la conducerea țării...nu mai insistăm pentru că nu dorim sub nicio formă să creadă cineva că avem vreo coloratură politică. Ca să fie şi mai clar: nu avem!). Aşadar, aceste rânduri se doresc a fi colegiale şi provin din dorința sinceră ca rezultatele obținute la etapele superioare ale olimpiadei de matematică de către elevii județului nostru(şi nu numai) să fie, în viitor, *real* mai bune, *calitativ* superioare(dincolo de ambiții pur personale). Modul de corectare la etapa județeană a olimpiadei de matematică din ultimii ani(trebuie subliniat că nu în general, deci în particular) a provocat multora, dacă îndignare e un termen prea dur, cel puțin uimire şi, în final, tristețe.

Suntem conştienți cu toții că matematica pe care o …încercăm este , pentru toți,extrem de solicitantă;e normal astfel ca tensiunile pe care le induce,elevilor şi profesorilor deopotrivă,să fie profund marcante …A greşi e omeneşte ; a recunoaşte greşeala şi a încerca să o corectezi , a căuta şi alte răspunsuri când nu eşti convins de al tău – cred că acestea te pot situa deasupra altora şi, de ce nu, te pot împăca cu tine însuți (dacă doreşti asta…).

Să vorbim (în sfârşit , vor zice unii) despre problemele(mai dificile) de matematică,adică cele propuse la olimpiadă,în reviste,etc.(dificile pentru elevi,unele dificile şi pentru noi,dascălii,de ce să nu recunoaştem). Din acest moment,cred că tot ce urmează este ,*oricum* ,util .Vom prelua aşadar câteva idei ale domnului Profesor univ.dr.Dan Brânzei(Iaşi) , membru al Comisiei Centrale a Olimpiadei Naționale de Matematică de atâția ani, sperăm încă mulți de acum încolo; unele dintre ele au fost remarcabil expuse în (1) :

„ Spre a ajunge la concluzia C dorită , mi-ar fi util să ajung la un rezultat intermediar R;de la ipoteze spre R mi-ar fi util un R_1 , iar de la R la C un C_2 , etc .

Descoperirea lui R este pasul decisiv spre rezolvare;acesta se poate contura analizând prioritar sau concluzia sau ipoteza.Evidențierea lui R este numită în folclorul olimpic matematic „spargerea problemei“;după spargere , rămân de rezolvat ***două*** *probleme,dar totalul lor este mult mai simplu decât problema inițială.Sarcina rămasă,găsirea* *drumului de la ipoteză la R şi a drumului de la R la C poate fi eşalonată în timp(şi, parţial,în redactarea finală)după plac.*

În realitate,prima intuire a lui R îl delimitează precis;ajustări convenabile se operează în ambele porţiuni de „drum“,corelând avantajos tehnici algoritmice cu estimări euristice.

Să binevoim a zăbovi puţin asupra sarcinii (corectorului) de a evalua meritul rezolvitorului în ***conturarea unui R (*** *sublinierea nu îmi aparţine). Acel R nu este neapărat unic şi nici nu este obligatoriu să fie ferm delimitat.O corectură acceptabilă impune o* ***măsurare dreaptă*** *a progresului făcut prin aproximarea unui R,mai ales atunci când continuarea nu este impecabilă din punct de vedere logic.Oricât de atent ar fi pregătit în manieră clasică un barem de corectare , acesta nu poate acoperi uniform,la acest nivel,marea varietate de drumuri posibile.Din acest motiv,pentru competiţii ce includ probleme grele,cum ar fi faza finală a olimpiadei de matematică(şide ceva ani,faza judeţeană,aş adăuga eu) , se adoptă un „punctaj olimpic“ , al cărui spirit este explicat mai jos :*

Spiritul punctajului O.I.M.

0 puncte *– Consideraţii nerelevante în demonstrarea problemei*

1 punct *- Sesizarea unui argument relevant în rezolvarea problemei sau reducerea la o problemă ce poate beneficia de linii su plimentare de demonstrare*

2 puncte *- Parcurgerea doar a unei secvenţe dintr-o demonstraţie a unei probleme , fără valorificare ulterioară a celor obţinute*

3 puncte *- Elucidarea doar a unei jumătăţi uşoare din problemă*

4 puncte *- Elucidarea doar a unei jumătăţi semnificative din problemă(se subînţelege că partea restantă constituie o problemă mai simplă decât cea iniţială)*

5 puncte *- Rezolvare afectată de o deficienţă majoră(omisiuni care afectează structura logică a demonstraţiei sau pierderea caz ce constituie o problemă în sine).*

6 puncte *- Rezolvare afectată de o deficienţă minoră(omiterea unui caz relativ simplu sau a demonstrării unei implicaţii uşoare)*

7 puncte *- Problemă complet rezolvată , cu justificări riguroase a afirmaţiilor redactate. „…*

„Apare astfel şi necesitatea de a avea drept corectori profesori ***buni rezolvitori de probleme*** *; această calitate a profesorilor nu este*

necesară doar corectării, ea este importantă şi anterior(spre o bună învățare a elevului)şi ulterior(pentru o corectă discutare a prestației).

Se poate aprecia în acest sens că etapa decisivă spre dobândirea acestei calități poate şi trebuie realizată ca elev , când există o potrivită vioiciune spirituală şi o diminuare a factorilor inhibitori.După acreditarea ca profesor funcționează în principal două „forțe“ opuse ca sens: pe de o parte se completează şi actualizează tehnici algoritmice de abordare a problemelor , iar pe de altă parte vioiciunea spirituală se toceşte cu vârsta , factorii inhibitori acționând şi ei mai puternic ; rezultanta acestor forțe are un efect inegal:creşterea eficienței relativ la problemele uşoare , dar diminuarea ei în raport cu cele mai grele.(trebuie remarcat că sistemul nu prea recompensează profesorii pentru calitățile de rezolvitori,iar entuziasmul dezinteresat se cam topeşte în prezența unor necesități materiale stringente).

Diminuarea calităților de rezolvitori ale profesorilor are ca efect şi evitarea surselor de probleme grele , cum ar fi G.M.(Gazeta Matematică) sau R.M.T.(Revista Matematică din Timişoara) sau chiar RMCS !!!.Temători , poate,ca elevii să nu-i pună prin întebări (justificate)în posturi penibile , profesorii de matematică ajung să fie principalii denigratori ai acestor surse care le-ar putea fi de fapt de un real ajutor…“ (În condițiile în care numărul profesorilor de matematică din județ se situează în jurul lui 300 , iar numai la etapa județeană au participat vreo 250 de elevi , trebuie să remarcăm aici că în acest moment , în Caraş-Severin există cam 30 de abonamente la G.M şi cam tot atâtea la R.M.T !…aşteptăm cu încredere, cu nerăbdare, cu sentimente amestecate, schimbarea acestei situații...)

Închei aici , scurt , acest poate lung punct de vedere , aşteptând reacții,critici,alte puncte de vedere.Poate: „Va urma“. Poate şi discuții pe tema: Cum să facem matematica mai atractivă, mai apropiată de elevi, de părinți, de profesori, de ceea ce ne înconjoară ? Poate că unele răspunsuri le găsiți şi în paginile revistei noastre.

☺ Intrați cu încredere şi curiozitate pe www.anulmatematicii.ro!!!

Surse de inspirație (bibliografie):

(1) Brânzei Dan , Brânzei Roxana – Metodica predării matematicii , Ed. Paralela 45 , Piteşti , 2000

Prof.Lucian Dragomir ,Liceul Bănățean
Oțelu-Roşu , str.Republicii 10-12

Iaşiul…un vis devenit realitate

Multe emoţii, multe ore în cabinetul de mate, cu multe probleme, din multe culegeri…aşa erau zilele de dinaintea Concursului de Matematica Aplicată Adolf Haimovici, etapa naţională. Încrezătoare şi timide, încurajate de alţii, descurajate de noi, dar mai ales dornice să ajungem la Iaşi, aşa am plecat noi, fetele de la LTL(Iuliana Florea Teodora Moldovan şi Daniela Aniţulesei), spre Lugoj, acolo unde urma să ne întâlnim cu ceilalţi 10, întregind astfel lotul judeţului nostru.

Ajunse în gară la Lugoj am aşteptat să vedem cu cine vom pleca la drum. Aşa i-am cunoscut pe Antonia Zărnescu, Raluca Goian şi Epure Monica, fetele de la Oraviţa, aşa cum le spuneam noi. Apoi, împreună cu doamna profesoara Iulia Cecon,au ajuns şi Mărgan Anuţa de la Caransebeş, Silianovici Alin, Prejbean Cristina, Adam Florica, Azzola Francesca şi Norocel Alina- ei făcând parte din lotul numeros de la Oţelu, şi pentru lotul complet, ni s-a alăturat şi Tănasă Remus de la Moldova Nouă. Împreună, am plecat cu un tren cu care toată lumea şi-ar dori să meargă,dincolo de distanţa considerabilă, deoarece datorită profesorilor noştri şi şcolilor de unde venim am avut bilete la cuşetă.

În dimineaţa zilei de 21 mai, am ajuns într- unul dintre cele mai frumoase oraşe din România, după părerea noastră, pentru că l-am văzut a doua oară şi tot nu ne săturăm(şi de fiecare dată datorită Concursului Adolf Haimovici). Cât despre cazare, nu se putea mai bine: eram la 3 minute de parcul Copou.

În ziua aceea trebuia să ne relaxăm; tocmai de aceea, cu harta în mână, am plecat să vedem o parte a Iaşului. Am căutat, cu ajutorul unei hărţi, Casa Memorială a lui Mihail Kogălniceanu, care din păcate era în renovare şi nu peste multă vreme am realizat că ne e foame. Cum auziserăm noi că la cantina UMF-ului aveau mâncare foarte bună, am decis să mergem acolo să ne potolim foamea. Uşor de zis, greu de făcut. Am tot întrebat în stânga şi în dreapta despre această locaţie, dar oamenii nu se pricepeau să dea indicaţii precise. Şi, încercând peste tot în zonă, am dat de o uşă mică de lemn, ultima uşă la care te-ai fi gândit că ascunde în spate o cantină… Încântaţi de ce am văzut, un pic obosiţi şi cu emoţii din ce în ce mai mari, în camera noastră răsuna matematica. Formule, probleme, subiecte din anii trecuţi, culegeri…toată lumea repeta, pentru că ziua de sâmbătă se anunţa lungă.

Iată că a sosit: ziua pe care o aşteptam cu toţii, ziua pentru care am ajuns la Iaşi, ziua concursului. Subiecte aparent grele, uşoare apoi, multe emoții chiar şi la ieşirea din săli, dar cu o profesoară care ne încuraja pe toți. Ziua lungă parcă abia acum începe, mai erau aproximativ 8 ore până la afişarea rezultatelor şi noi eram cu inima cât un purice.

După probe însă, ne simțeam eliberate de stress şi eram gata de o lungă sesiune de cumpărături prin Mall, care era foarte aproape de facultatea unde am susținut concursul. Oboseala îşi spunea cuvântul, dar nimic nu putea sta între noi şi toate lucrurile (haine, pantofi, eşarfe, mici bijuterii, mici cadouri pentru cei dragi) ce urma să ni le cumpărăm…

18:30….19:00….19:30…şi noi încă aşteptam rezultatele. Într-un final s-au afişat, o mare de tineri curioşi, apoi mulți fericiți, alții un pic dezamăgiți, dar în mod cert mult mai ambițioşi pentru anul care va urma. Spre dezamăgirea noastră, nu se ştia de cu seară cine a luat premiu şi cine nu. Astfel că, pentru unii dintre noi, cu punctaj mai mare şi cu speranțe mult mai mari, mai urma o noapte mai mult sau mai puțin plină de emoții. Plus că am mai aflat că foarte multe dintre problemele din concurs, la tehnic şi la ştiințe, au fost create de profesorul Lucian Dragomir din județul nostru … frumoase, incitante, unele nu chiar uşoare…eram mândri şi pentru asta…

În duminica festivității de premiere am avut bucuria să aflăm că lotul Caraşului a obținut 4 mențiuni prin Iuli(cls a IX-a ştiințe ale naturii), Anuța(cls. a IX-a, uman), Daniela(cls a XII-a, ştiințe ale naturii) şi Remus(cls. a XII-a, tehnic), pe care îi felicităm din suflet, cu mare drag şi cărora le dorim succes şi la anul, sau baftă la facultate!

După festivitatea de premiere am luat din nou Iaşiul la pas căutând locuri noi de văzut şi fotografiat, de data aceasta în grupulețe mai mici, fiecare mergând în alte direcții şi sensuri. Ne-am relaxat cât am putut deoarece ne aştepta o călătorie de vreo 17 ore cu trenul la clasa a II-a, aparent, destul de neplăcut, dar trenul a fost locul unde am râs enorm amintindu-ne o droaie de faze amuzante din camere şi în general de la Olimpiadă…

Nu putem aşadar decât să mai transmitem încă odată elevilor care sunt la orice alt profil decât matematică-informatică, profesorilor lor,următorul mesaj: în matematică puteți ajunge şi voi sus, prin colaborare, prin ambiție, prin studiu şi ceva efort, acolo unde matematica se întâlneşte, în mod fericit, cu biologia, fizica, chimia, cu ştiințele care modelează ceea ce ne înconjoară.

Iuliana Florea, Teodora Moldovan,eleve, Reşița

Matematică la Crivaia
4 iulie-11 iulie 2010

Tabăra aceasta a fost fantastică. Bucuria, tristețea, dorința de reuşită, inteligența, cunoaşterea, frica şi speranța de a trece peste emoții au transformat această monotonă săptămînă de vară într-o fantasmagorică iluzie, ce m-a purtat în toate plăcerile şi neplăcerile sentimentelor şi ardorilor. Au fost şapte zile de neuitat…(Dinulică Septimiu,elev, clasa a VII-a)

Şi...suntem convinşi că ceea ce o să scriem aici e mult prea puțin față de ceea ce au trăit aceşti „spiriduşi" ai matematicii, însă merită totuşi amintite:

☺ora de stingere(negociabilă), ora de trezire(unii îşi doreau să îi trezim mai devreme decât ne-am fi imaginat vreodată), diminețile cu aer curat şi multă mişcare

☺ orele de mate...după care de fapt începea cu adevărat ziua de vacanță(după cum spuneau unii pe acolo), timpul **liber** de după masa de prânz

☺ atelierele de la ora 16...- cel mai aşteptat moment al zilei, şi aici merită mulțumiri:

♥ Claudiu Puşcău, regizor **din Reşița**, aşa cum îi place să i se spună

♥ Radio Reşița pentru că ni l-a „dăruit" pe bunul nostru prieten Sebastian Dragomir

♥ Domnul(intenționat scris cu D) Dinulică atât pentru „cercetaşul" trimis în misiune cât şi pentru tot ceea ce a făcut pentru aceşti copii minunați

♥ serile în care căutam simboluri existente (sau inventate) din *Forrest Gump*, nopțile pline de karaoke, discoteca sau focul de tabără.

Ar fi atât de multe de povestit, încât ne-ar prinde şi tabăra de la anul tot aici, cel puțin depănând amintiri. Pentru toate acestea există dvd-ul taberei(cereți-l profesorilor de la clasă, pentru ca ei să îl ceară mai departe), însă nu putem să nu amintim aici surpriza pregătită părinților şi care nu a mai avut loc datorită arderii boxelor.

Asta înseamnă că a fost mare distracție, nu-i aşa?

Spiriduşii taberei:

Azap Denisa, Balmez Andrada, Buzescu Mălina, Cerna Miruna, Chirciu Cătălina, Ciobanu Anca, David Andrei, David Mihai, Dinulică Augustin, Dinulică Septimiu, Dolot Nicole, Gaiță Nadine, Lazăr Silviu, Murgu Teodora, Mica Hermina, Peptan Andrei, Pîrvu Ancuța, Popescu Vlad, Semenescu Raluca, Szatmari Larisa, Şandru Bogdan, Ştefănescu Andrei, Toc Teodora, Țeudan Adina, Vasiloiu Teodora, Vasilovici Camil, Vernicu Georgiana, Voicu Vlad.

Profesorii taberei şi temele predate:

Luni	Prof. Camelia Pîrvu-Numere prime. Numere compuse
	Prof. Antoanela Buzescu- Locuri geometrice. Cercul
Marți	Prof. Otilia Bejan-Coliniaritate si concurență
	Prof. Nicolae Stăniloiu- Probleme de numărare
Miercuri	Prof. Tudor Deaconu- Probleme de numărare
	Prof. Ovidiu Bădescu- Funcții
Joi	Prof. Ramona Călin- Parte întreagă şi parte fracționară
	Prof. Ciprian Călin- Inegalități algebrice
Vineri	Prof. Marius Şandru- Proprietăți ale triunghiurilor
	Prof. Irina Avrămescu- Inegalități geometrice

O, da! Asemenea distracție nu am mai avut de ceva timp! Ce bine este să îți petreci timpul cu 28 dintre vechii, dar si noii tăi amici. În catalogul prietenilor au apărut noi nume, dar şi noi note. Într-adevăr, unii au absentat, dar sper că îi voi revedea la anul. Nu doresc să rămînă repetenți. Fiecare inimă de aici bate într-un ritm propriu, poate unul nebunesc, unul timid, unul cuminte sau unul normal! Dar când vizionăm filmul „Forrest Gump", inimile dansează la unison, purtate de o undă de suspans. Aici putem cerceta păduri, azimuturi, putem număra dublii paşi până la următorul reper, dar haideți să ne cercetăm sufletele, să dăm la o parte numerele îngrămădite, prime sau compuse, şi calculele complicate, să fim noi înşine şi să ne distrăm chiar şi atunci când ne este greu.

Intrând în valsul matematicii, păşind grațios printre teoreme, vom descoperi cine suntem cu adevărat, vom găsi soluția. (Dolot Nicole, clasa a VI-a)

Prof.Antoanela Buzescu, Ovidiu Bădescu, Caransebeş, Reşița

Matematica distractivă – o disciplină cu valențe creative

Poate fi matematica şi distractivă ? Orice domeniu, cât de riguros, are şi aspecte mai puțin formale – iar matematica nu este,din fericire, o excepție.

Matematica este considerată, în general, una din disciplinele dificile, un „instrument de tortură”, în care problemele sunt asemenea unor obstacole în cursa elevilor în acest domeniu, fiind la îndemâna oricui.

Elevii privesc de multe ori cu teamă exercițiile şi problemele. Punerea unor exerciții şi probleme într-o formă distractivă, prezentarea lor într-o manieră nostimă, veselă îi va face pe elevi să abordeze matematica cu zâmbetul pe buze, fără crispare, ajutându-i astfel să asimileze numeroase noțiuni matematice şi să înlăture barierele care făceau din matematică o disciplină greu accesibilă.

Văzută astfel, matematica devine o „matematică distractivă”, în care totul este o invitație la joc, distracție, amuzament, învățându-i pe elevi să caute mereu soluții, să-ți pună întrebări, să-şi imagineze căi diverse de rezolvare a exercițiilor şi problemelor. Elevul devine interesat, iar activitățile de mare dificultate sunt efectuate fără trăirea subiectivă a efortului, ei angajându-se total în acțiune şi căpătând tot mai multă siguranță şi tenacitate în răspunsuri.

Elevul, sătul de ora de MATEMATICĂ OBIŞNUITĂ, doreşte să iasă din tiparul ,,şablon” al unei ore de matematică şi să învețe ,,şi în alt fel ” matematica.

Orele de ,,MATEMATICĂ DISTRACTIVĂ” vor constitui o destindere psihică şi mentală, stârnind totodată interesul şi curiozitatea de a afla cât mai multe lucruri.

Elementul de joc, care face ca matematica să fie recreativă, poate lua diverse forme: o enigmă, un truc, un paradox, o eroare logică sau pur şi simplu matematică, cu unele trăsături curioase sau amuzante.

Există multe asemănări între joc şi matematică. Pentru că, oare ce altceva este un joc, decât o suită nedeterminată de probleme de rezolvat, în funcție de condițiile date? Şi la urma urmelor ce altceva este matematica, decât o rezolvare de enigme? Şi ce altceva este ştiința, dacă nu un efort sistematic de a da răspunsuri la enigmele pe care ni le propune natura?

Misterioasă şi fermecătoare, satisfăcând nevoia universal umană de distracţie, matematica „distractivă" ţine de frumosul pur, de cea mai profundă trăire omenească – misterul. *Iar interesul multor minţi luminate ale lumii pentru jocul matematic nu este greu de înţeles, deoarece gândirea creatoare care se dăruieşte unor astfel de subiecte este de aceeaşi natură cu tipul de gândire care duce la descoperirea în ştiinţă.*

Exerciţiile şi problemele de matematică distractivă pot fi folosite cu succes în captarea atenţiei şi pe tot parcursul unei activităţi didactice, dar şi cum se întâmplă în ultima vreme, ca o disciplină opţională. Prin astfel de activităţi îl educăm pe elev să gândească ca şi cum el însuşi ar fi acela care descoperă adevărul, cultivându-i curiozitatea ştiinţifică, preocuparea pentru descifrarea necunoscutului.

Exemple :

1.Avem două zaruri unul alb(A) şi altul roşu(R) . Fiecare zar are şase feţe numerotate (1,2,3,4,5,6). Scrieţi câteva combinaţii ale celor două zaruri în aşa fel încât suma celor două feţe de deasupra să fie 7.

2.O fetiţă îşi ducea cârdul de gâşte la păşune. O gâscă mergea înaintea altor două, alta între două şi alta în urma altor două. Câte gâşte erau în cârd?

3.Câte pastile a luat bunica, ştiind că doctorul i-a prescris ca în *primele cinci zile să ia câte trei pastile pe zi, în următoarele trei zile câte două pastile pe zi, iar în următoarele două zile câte o pastilă pe zi şi în* ultimele *6 zile câte o jumătate de pastilă pe zi?*

4.Când are omul tot atâţia ochi câte zile dintr-un an?

5.Câte tăieturi sunt necesare pentru a împărţi o bucată de pânză lungă de 10m în fâşii de câte 2m?

6. Ceasul bunicului rămâne în urmă la fiecare 3 ore, câte 2 minute. Bătrânul îşi potriveşte ceasul după radio, la ora 21.00. Dacă nu-l mai potriveşte, ce oră va arăta ceasul bunicului după 3 zile?

Problemele şi exerciţiile propuse sunt exerciţii de „gimnastică a minţii" care captează prin frumuseţea conţinutului şi a formei. Departe de a fi simple jocuri astfel de activităţi reprezintă momente de efort concentrat, elevul trebuind pe rând să recepţioneze mesajul şi să îl înţeleagă, să interpreteze datele, să gândească şi să aleagă calea cea mai exactă de a acţiona, să se concentreze la maximum pentru a efectua ce i se cere. Astfel, matematica dezvoltă gândirea creatoare a elevilor, contribuie la dezvoltarea spiritului de observaţie, a memoriei, a judecăţii logice, a isteţimii, pregătindu-i pe aceştia să rezolve probleme de viaţă pur şi simplu.

Înv. Ana Modoran, Reşiţa

Rolul jocului didactic în predarea matematicii la clasa I

Încorporat în activitatea didactică, jocul imprimă acesteia un caracter mai viu şi mai atrăgător, aduce varietate şi o stare de bună dispoziţie, destindere, ceea ce previne apariţia monotoniei şi a plictiselii, a oboselii şi fortifică energiile intelectuale şi fizice ale şcolarilor, generând o motivaţie secundară, dar stimulatoare. Jocul didactic consolidează, precizează, verifică şi îmbogăţeşte cunoştinţele, pune în valoare şi antrenează capacităţile creatoare ale acestora.

Jocurile didactice sau exerciţiile - joc, îmbrăcând o haină atractivă, trezesc interesul elevului pentru îndeplinirea sarcinii didactice şi întreţin efortul necesar executării lui.

Jocurile pot fi : cu explicaţie şi exemplificare, cu explicaţie dar fără exemplificare, fără explicaţie, cu simpla enunţare a sarcinii.

Jocurile didactice pot fi folosite şi ca testări prin care învăţătorul să-şi dea seama de calitatea cunoştinţelor pe care le posedă elevul, de gradul de însuşire a unei deprinderi sau de nivelul de dezvoltare a unor procese psihice.

Clasificarea jocurilor :

A. În funcţie de scopul şi sarcina didactică :

1. ca lecţii de sine stătătoare ;
2. ca momente ale lecţiei (captarea atenţiei) ;
3. in completarea lecţiei, intercalate sau în final ;
4. pentru aprofundarea însuşirii cunoştinţelor specifice unui capitol;
5. specifice unei vârste;

B. În funcţie de aparatul formativ :

1. jocuri pentru dezvoltarea capacităţii de analiză (completează şirul - deduc regula analizând termenii şirului, apoi completează);

2. jocuri pentru dezvoltarea capacității de sinteză (predate în cadrul operațiilor cu numere naturale);

3. jocuri didactice pentru dezvoltarea capacității de a efectua comparații;

4. jocuri pentru dezvoltarea capacității de abstractizare şi generalizare ;

5. jocuri pentru dezvoltarea perspicacității ;

Inclus inteligent în structura lecției, jocul didactic matematic poate să satisfacă nevoia de joc a copilului, dar poate în acelaşi timp să uşureze înțelegerea, asimilarea cunoştințelor, realizând o îmbinare între învățare şi joc.

Avantajele jocului :

- îi determină pe copii să participe activ la lecție ;
- antrenează şi pe copiii timizi şi mai slabi la lecție ;
- dezvoltă spiritul de cooperare ;
- dezvoltă la copii iscusința, inventivitatea, spiritul de observație ;
- constituie o tehnică atractivă de explorare a realității ;

În şcoală, orice exercițiu sau problemă poate deveni joc dacă se precizează sarcinile de rezolvat şi scopul urmărit, dacă se creează o atmosferă deconectantă, trezind elevilor interesul, spiritul de concurență şi de echipă.

Folosirea jocului în numerația 0-10, a operațiilor de adunare şi de scădere

Primele zece numere constituie fundamentul pe care se dezvoltă întreaga gândire matematică a elevului. La conceptul de număr se ajunge progresiv după o perioada pregătitoare.

Pentru ca activitățile să fie mai plăcute şi cunoştințele să fie însuşite mai uşor se utilizează jocurile sub forma unor ghicitori sau poezioare deoarece ele descriu cu umor chipul cifrelor.

Procesul scrierii şirului numerelor până la 10 se face progresiv. După însuşirea numerelor 0-5 se pot practica jocurile : ,,Ce numere au fugit ?” sau „Numărul corect”

Jocul „**Numără corect”**

Obiective : să perceapă numerele după auz ; să poată număra respectând succesiunea numerelor.

Sarcina didactică : ascultă şi numără corect bătăile din palme şi alege numărul potrivit.

Material didactic : cartonaşe cu numere 0-10

Desfăşurare: învăţătorul bate din palme, elevul alege cartonul cu numărul corespunzător bătăilor.

Jocul **„<u>Ce numere au fugit?</u>”**

Sarcina didactică : stabilirea numerelor lipsă dintr-un şir dat;

Material didactic: jetoane cu numerele 0-10, tabele cu numere de la 0 la 10.

Desfăşurarea: pe echipe sau individual ; elevul vine şi pune la locul potrivit numărul care lipseşte.

Jocul **„<u>Ce semn s-a ascuns</u> ?”**

Scopul : Exersarea deprinderii de calcul, folosirea corectă a semnelor grafice (+,-);

Regula jocului : Elevii trebuie să găsească ce semn de calcul a dispărut.

Desfăşurarea : Se va scrie pe tablă o coloana de exerciţii cu adunări şi scăderi :

2+5=7   8-2=6   4+3=7   9-4=5   6+3=9   7-2=5

Învăţătorul va şterge semnele de calcul. Elevii vor ieşi şi vor completa exerciţiile.

Rolul învăţătorului

- să imprime un anumit ritm jocului ;
- să menţină atmosfera de joc ;
- să evite momentele de monotonie ;
- să stimuleze iniţiativa şi inventivitatea copiilor ;
- să urmărească comportarea elevilor ;
- să activeze toţi copiii la joc ;

La sfârşitul jocului se fac aprecieri, recomandări şi evaluări individuale sau generale.

PROBĂ DE EVALUARE

1. Rezolvaţi, apoi faceţi proba:

367 + 31 =   425 – 174 =

…………………………….   ……………..................

2. Completaţi cu cifre corespunzătoare:

2 .. 5 +	6 .. .. -	3 .. 8 +	7 2 5 –
<u>.. 3 ..</u>	<u>.. 4 8</u>	<u>.. 9 1</u>	<u>2 .. ..</u>
3 7 9	= 4 1	8 5 9	4 8 2

3. Măriţi cu 9 diferenţa dintre cel mai mare număr impar scris cu trei cifre distincte şi cel mai mic număr par scris cu două cifre identice.

4. Încercuiți exercițiul care are ca rezultat numărul scris deasupra coloanei:

200	35	431
995 – 795	514 – 510	266 + 206
521 + 269	195 – 170	121 + 211
152 + 48	211 - 93	680 – 249

5. Aflați valoarea necunoscutei din exercițiile de mai jos:

329 + a = 631 ……………. 145 – b = 25 …………… x – 9 = 264 ....

6. La o seră sunt 570 fire de lalele, 120 fire de zambile şi cu 335 fire frezii mai puțin decât fire de lalele. Din totalul de flori s-au vândut 638 fire flori. Câte fire de flori au mai rămas ?

DESCRIPTORI DE PERFORMANȚĂ

I_1. FB – rezolvă corect exercițiile, efectuând proba prin toate modalitățile;
B – rezolvă corect exercițiile, prezentând greşeli la efectuarea probei;
S – rezolvă corect exercițiul, prezentând greşeli la efectuarea probei;

I_2. FB – completează corect toate spațiile cu cifrele corespunzătoare;
B – completează cu greşeli exercițiul;
C – completează cu greşeli exercițiul;
S – completează cu greşeli grave exercițiile (cantitativ – un sfert din numărul total de exerciții);

I_3. FB – recunoaşte şi aplică semnificația critică a denumirii numerelor, transpunând corect terminologia specifică în operațiile indicate şi le rezolvă corect;
B – identifică şi aplică corect semnificația critică a denumirii numerelor, transpunând corect terminologia specifică în operațiile indicate, rezolvă însă cu greşeli operațiile indicate;
S – identifică şi aplică lacunar semnificația critică a denumirii numerelor, transpunând corect terminologia specifică în operațiile indicate, dar prezintă greşeli în calcul.

I_4. FB – identifică corect toate exercițiile ce corespund rezultatelor indicate;

B - identifică cu erori exercițiile corespunzătoare rezultatelor de deasupra coloanei;
S – rezolvă cu greşeli, identificând din punct de vedere cantitativ un sfert din exercițiile ce corespund rezultatelor indicate.

I_5. FB – rezolvă corect toate trei exercițiile de aflare a termenului necunoscut;
- marchează corect numărul ce reprezintă suma numerelor ce constituie valoarea necunoscutelor din exemplele cu termen necunoscut;

B – găseşte doar două din valorile corecte ale necunoscutelor din exercițiul cu termen necunoscut;
S – găseşte doar una din valorile corecte ale necunoscutelor din exercițiul cu termen necunoscut.

I_6. FB – rezolvă corect problema prin una din modalitățile învățate (sub formă de exercițiu sau cu plan de rezolvare);
B – rezolvă problema, prezentând greşeli de calcul;
S – rezolvă problema, prezentând greşeli la nivelul identificării operațiilor induse de enunțul problemei.

Înv. Elisaveta Vlăduț, Inst. Ozana Drăgilă, Reşița

Probleme cu mici probleme

Ne propunem în rândurile următoare să abordăm câteva probleme – test, care vizează mai mult spiritul de observație, perspicacitatea, chiar cunoaşterea limbii române şi nu atât de mult cunoştințele matematice. În plus, încercăm astfel să suplinim, e drept, în mică măsură, absența din revistă a soluțiilor problemelor propuse pentru ciclul primar.

Ni s-a părut utilă abordarea având în vedere şi răspunsurile primite de la elevi la trei probleme publicate în revista noastră, anume:

II.50 Dintr-un şir de mai multe cuvinte, stabilim să tăiem cuvântul care nu are proprietatea pe care celelalte cuvinte o au. Arătați, justificând răspunsul, că din şirul de cuvinte : *cal, oaie, porc, rață, vacă,* putem tăia succesiv cel puțin trei cuvinte.

III.49 Care dintre următoarele numere nu are proprietatea pe care o satisfac celelalte patru numere: 161, 251, 352, 413 şi 530? Justificați răspunsul.

III.50 Pisicile născute din motan alb şi pisică neagră sunt mincinoase, iar cele născute din motan negru şi pisică albă spun adevărul.

Un câine, prieten al pisicilor, a întrebat o pisică: *Ce fel de tată ai tu, alb sau negru ?* Pisica a răspuns şi a fugit.

Din păcate, cățelul nu a auzit răspunsul şi a întrebat o altă pisică, prezentă la discuția anterioară : *Ce fel de tată a spus că are?*

A spus că are tatăl negru – a zis a doua pisică.

Ce fel de tată are a doua pisică ?

Înainte de a discuta despre problemele în cauză, vă propunem altele, care fac parte, mai mult sau mai puțin din *folclorul* celor de acest gen:

(1) Care dintre următoarele cuvinte credeți că ar trebui tăiat şi explicați de ce: *brad, crap, crin, porc, carte, cort* ?

Răspunsuri posibile: a) *carte,* deoarece e singurul care are două vocale, celelalte au doar câte una singură; b) *carte,*deoarece e singurul care are 5 litere, celelalte sunt formate din 4 litere; c) *carte,* e singurul care are ultima literă o vocală; d) găsiți alt răspuns ?

(2) Care dintre următoarele cuvinte credeți că ar trebui tăiat şi explicați de ce: *drag, dar, rar, des, dud* ?

Răspunsuri posibile: a) *rar,* e singurul care începe cu o altă literă decât celelalte; b) *drag,* singurul care începe cu două consoane; c) *drag,* singurul care are 4 litere, celelalte au toate câte 3 litere; d)?

Observații: (1) în orice concurs, orice justificare, explicație corectă, logică, atrage punctajul corespunzător; (2) astfel de întrebări nu sunt potrivite pentru itemi de completare, care nu necesită justificări.

(3) Care dintre următoarele cuvinte credeți că nu îşi are locul în următorul şir şi explicați de ce: *carpen, salcie, arin, stejar?*

(1) *arin,* e singurul care nu are 6 litere ca şi celelalte; (2) *salcie,* e singurul care nu conține grupul de litere succesive *ar*; (3) ?

(4) Dacă $"2+3=6"$, $"3+4=12"$, $"4+2=8"$, cât este $"5+3"$?

Răspuns: 15. Se presupune că simbolul $"+"$, pentru cei care ar învăța calculele astfel, înseamnă ceea ce am învățat noi că este cel pentru înmulțire. Ar fi probabil mai simplu dacă întrebarea ar apărea sub foma:Dacă $2\square 3=6$, $3\square 4=12$ şi $4\square 2=8$, cât este $5\square 3$?

Observație: Astfel de probleme pun, deobicei, elevul(sau pe cel care încearcă să rezolve) în situații noi, neântâlnite; credem că pentru asta trebuie să ne şi pregătim: viața e plină de neprevăzut...

(5) Care dintre următoarele numere ar trebui tăiat şi de ce ?
3212, 1261, 1134, 4112,6211.

Răspunsuri: (1) *4112*, produsul cifrelor sale este 8, pe când toate celelalte numere au produsul cifrelor egal cu 12; (2) *1134*, suma cifrelor este un număr impar, pe când toate celelalte au suma cifrelor numere pare; (3) ?

(6) Care dintre următoarele fracții nu are proprietatea pe care celelalte o au?

$$\frac{12}{17}, \frac{13}{25}, \frac{14}{27}, \frac{15}{32}, \frac{16}{35}, \frac{17}{40}.$$

Răspuns: (1) $\frac{13}{25}$, deoarece diferența dintre numitor şi numărător este $12 = 3 \cdot 4$, pe când această diferență, la fiecare dintre celelelalte fracții, este un număr prim. (2) ?

(7) Completați cu următoarele trei numere următorul şir: $2, 5, 8, 11, \ldots$

Observație: Personal, nu ne plac astfel de "şarade". E altceva dacă cerem explicații, justificări în alegere sau dacă spunem clar regula(fiecare număr se obține din cel precedent prin adunarea unui acelaşi număr... dar atunci ce mai evaluăm ?, ar spune unii...); măcar să dăm inițial mai muți termeni...

Iată ce s-ar putea scrie dacă lăsăm enunțul aşa cum este:

(1) 14, 17, 20. Evident, cam toți ar scrie aşa, observând că şirul se formează adunând acelaşi număr, 3, la termenul precedent(avem deci o progresie aritmetică); devine mai interesant să observăm termenul general al şirului în aceste condiții, adică numărul de pe locul *n*, notat cu a_n (de exemplu). Aici avem $a_n = 3n - 1$ Pentru a studia dacă, să zicem, *2009* este termen al acestui şir, e suficient să studiem dacă există $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $3n - 1 = 2009$.

(2) în condițiile date, putem observa, mai greu probabil, şi următoarele: $8 = 2 + 5 + 1,\ 11 = 5 + 8 - 2,\ 22 = 8 + 11 + 3,\ 29 = 11 + 22 - 4, \ldots$, aşadar următoarele numere ar putea fi şi *22, 29, 56.* Relația prin care se deduc succesiv termenii este în acest caz:

$a_n = a_{n-2} + a_{n-1} + (-1)^{n-1} \cdot (n-2)$, $\forall n \geq 3$. Determinarea formulei termenului general e ceva mai complicată şi nici nu ne-am propus să facem asta aici.

(8) Care cuvânt, dintre următoarele cinci, nu se potriveşte cu celelalte? *Roz, roşu, soare, galben, portocaliu.*

Răspuns: (1) *soare*, e singurul care nu reprezintă numele unei culori (acesta este răspunsul indicat de sursa problemei: test internet);

(2) *roz*, singurul cuvânt cu un număr impar de litere; (3) ?

(9) Scrieţi numărul corespunzător în locul semnului de întrebare, observând regula de formare a celorlalte coloane:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \\ 30 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 10 \\ 40 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \\ 50 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ ? \\ 60 \end{bmatrix}$$

Răspuns: 12. Observăm că suma primelor două numere din fiecare coloană, înmulţită cu al treilea număr, dau ca rezultat al patrulea număr din respectiva coloană. Găsiţi şi altă regulă ?

(10) Să revedem acum o problemă propusă la ultima ediţie a concursului revistei noastre elevilor de clasa I:

Completaţi ultimul tablou, respectând regula din celelalte tablouri:

5	3		4	2		1	6		8	
0	2		3	5		7	2		1	4

Răspuns: 5. Era suficient să observăm că, pentru fiecare tablou, suma numerelor din fiecare coloană este aceeaşi (5 pentru primul tablou, 7 pentru al doilea, 8 pentru al treilea şi 9 pentru ultimul).

Să revenim acum la problemele din revista noastră:

II.50 De la bun început, pledez încă o dată pentru citirea cu atenţie a fiecărui cuvânt din enunţul unei probleme; "succesiv" înseamnă "progresiv, treptat, unul după altul, pe rând"... în plus, enunţul face referire la proprietăţile cuvintelor, nu ale înţelesurilor substantivelor pe care le reprezintă...Ca să fie însă clar, se acceptă orice soluţie corectă, justificativă, care respectă *cerinţele* enunţului.

Dacă am numărat bine, am primit 28 de soluţii corecte sau aproape corecte.

Răspunsuri: (1) Putem tăia, succesiv, cuvintele: ***cal*** – e format din 3 litere, pe când celelalte au proprietatea că au 4 litere; ***porc*** – are a doua vocală *"o"*, pe când celelalte au proprietatea că pe locul al doilea au vocala *"a"*; ***oaie*** – nu are nicio consoană; celelalte cuvinte au câte două.(soluţie identică cu cea a autorului problemei, oferită de eleva Ciobanu Elena;soluţii asemănătoare, legate de silabe: Lazarov Andrei, Veţan Denis, Pervulescu Răzvan, Remo Tommy, Lohon Adriana, Racoceanu Rareş)

Variaţiuni diverse conduc la acelaşi rezultat logic corect:

(2) ***cal, oaie, porc*** – nu conțin *“a”* şi *“ă”*, iar *rață* şi *vacă* le conțin. (Potocean Teodora Aura). Cum tăiem însă *succesiv* câte un cuvânt ?
(3) ***cal, oaie, porc*** – unii elevi au observat formația “consoane – vocale...”, dar, repetăm, cum se face eliminarea succesivă ? (Maletici Iasmina, Cicortaş Raul Andrei)

Observații: (a)Chiar dacă taie *rața* , redactarea unora dintre elevi e corectă dacă ştim bine zoologie şi limba română (enunțul !!!): Groza Adrian, Angheloni Denisa, Cionca Cosmin, Staicu Ariana, Cîrdei Bogdan, Boncalo Sebastian, Pădurean Daniel.(b)Unii elevi au tăiat corect peste cuvinte, dar nu au explicat nimic ! (c) au mai fost încercări legate de lână, lapte, blană, mărime...încercările sunt oricum lăudabile.

III.49 Răspunsuri:

(1) numărul 352. Cei mai mulți dintre elevi au observat că suma cifrelor acestuia este 10, pe când celelalte numere au aceeaşi proprietate: suma cifrelor este egală cu 8.

(2) numărul 161, deoarece toate celelalte au la cifra zecilor un număr impar(Muntean Anda, Pîrvu Cristina)

(3) numărul 161, deoarece este singurul care nu are toate cifrele diferite(<u>Potocean Teodora Aura</u>, <u>Lazarov Andrei</u>, Lohon Ariana, Pătru Ralph Antonio). *Remarcă:*Elevii al căror nume este subliniat au găsit două variante corecte de răspuns...Cu minim efort, mai găsim:

(4) numărul 251, deoarece produsul cifrelor sale nu este multiplu de 6, pe când toate celelalte numere au această proprietate.

Observații:(a)Evident, toți elevii care au justificat complet alegerea unui răspuns corect, au primit punctaj maxim(10 puncte).(b) Există prejudecata conform căreia astfel de probleme nu au ce căuta ca şi subiecte de concurs(probabil din comoditatea evaluatorilor).Gândiți-vă doar că există elevi care *caută* şi *găsesc* mai multe soluții !

III.50 Singura informație pe care o avem provine de la a doua pisică, aşadar cred că despre caracterul ei trebuie să vorbim(deci despre părinți?)

(1) Dacă tatăl ei este alb, ea e mincinoasă, deci afirmația ei este falsă, aşadar ar trebui să credem că prima pisică a spus că are tatăl alb(nu negru). Dacă însă aceasta(prima pisică) are tatăl alb, ea este mincinoasă, deci în momentul în care spune că tatăl ei este alb, ea minte, deci are tatăl <u>**negru.**</u>

(2) Dacă pisica a doua(referitor la ea purtăm deci discuția)spune adevărul, atunci prima pisică are clar tatăl un motan <u>**negru.**</u>

Aşadar, orice cale alegem, prima pisică are tatăl negru, deci a doua a spus adevărul şi, în concluzie, şi tatăl ei este un motan **negru.**
Observaţii:
(a) Redactând acum soluţia, ne dăm seama că problema nu e foarte uşoară(dar e frumoasă); poate era mai nimerită la o clasă superioară(mea culpa)...oare câţi elevi dintr-o clasă de a IX a mate – info ar rezolva corect problema ?... (b) sper că am numărat bine şi de data aceasta: am primit 6 încercări mai serioase de soluţii... (c) o soluţie total corectă, analizând însă cazurile posibile în funcţie de prima pisică, am primit de la eleva Balmez Cristina Maria; (d) o rezolvare apropiată de cea pe care am prezentat-o am primit de la eleva Potocean Teodora Aura;
(e) surpriza plăcută de final: soluţia prezentată de eleva Suteanu Sara (soluţie pe care am parcurs-o la "închiderea ediţiei"): Prima pisică a spus că are tatăl **negru**, indiferent de categoria din care face parte. (N.R.Cred că putem spune chiar mai mult: orice pisică ar întreba căţelul, răspunsul ar fi acelaşi: tată negru, pentru că: dacă pisica minte, ea va spune că are tata negru, iar dacă spune adevărul, va da acelaşi răspuns). Pentru că a doua pisică confirmă ce a spus prima pisică, înseamnă că ea spune adevărul, deci are tatăl motan **negru.** Corect, felicitări !

Probleme propuse:

(1) Care cuvânt credeţi că nu îşi are locul în următorul şir(explicaţi):
citire, muzică, pătrat, rotund, artist, uitare.

(2) Care dintre următoarele numere nu are proprietatea pe care celelalte numere o au: *165, 286, 341, 495, 583, 672.*

(3) Observaţi(şi explicaţi) regula de completare a primelor trei dreptunghiuri şi, respectând aceeaşi regulă, înlocuiţi semnul de întrebare din ultimul dreptunghi.

3	6
9	2

4	8
16	2

6	2
3	4

8	2
4	?

(4) Ce număr trebuie pus în locul semnului de întrebare şi de ce? :

$$20 \nearrow 32 \searrow 8 \nearrow 20 \searrow 5 \nearrow ?$$

(5) Completaţi spaţiile punctate: Dacă Radu este 1234, iar Ionel este 56789, atunci Adriana este ...., iar Relu este ....

(6) Se numeşte *pas* îndepărtarea dintr-un şir de numere a unui grup de două numere care au o aceeaşi proprietate şi pe care celelalte numere nu o au. Studiaţi dacă, după trei *paşi* succesivi, pot fi îndepărtate toate numerele din şirul: *125, 128, 350, 414, 451, 514.*

Spor la treabă !

Aprecieri de final: Felicitări elevilor şi dascălilor lor care au condus la redactarea acestui material.

Concluzie finală(mai ales pentru dascăli şi părinți): Puneți copiii în situația de a gândi, de a alege logic, apoi discutați, corectați, acceptați, lăudați, bucurați-vă împreună.

Încheiere: Sperăm că exemplele prezentate vi s-au părut cel puțin utile. Credem că astfel de probleme, începând chiar cu clasa I, contribuie, pas cu pas, la formarea gândirii abstracte,la descoperirea inteligenței analitice, a aptitudinilor matematice(şi nu numai). Părerea mea.

Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

Marginile unei mulțimi

Partea I

Un concept fundamental în analiza matematică este cel de margine (inferioară şi superioară) a unei mulțimi de numere reale. Vom vedea că acesta stă la baza unor rezultate teoretice şi serveşte în abordarea unor categorii de aplicații. Vom începe cu unele noțiuni introductive.

Definiția 1. O mulțime nevidă $A \subset \mathbb{R}$ se numeşte minorată sau mărginită inferior dacă există $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $m \le a, \forall a \in A.$ În acest caz numărul m se numeşte minorant al mulțimii $A.$

Definiția 2. O mulțime nevidă $A \subset \mathbb{R}$ se numeşte majorată sau mărginită superior dacă există $M \in \mathbb{R}$ astfel încât $a \le M, \forall a \in A.$ În acest caz numărul M se numeşte majorant al mulțimii $A.$

Definiția 3. O mulțime nevidă $A \subset \mathbb{R}$ se numeşte mărginită dacă este mărginită inferior şi superior, adică dacă există $m, M \in \mathbb{R}$ astfel încât $m \le a \le M, \forall a \in A.$

Definiția 4. O mulțime nevidă $A \subset \mathbb{R}$ se numeşte nemărginită inferior (superior) dacă nu are niciun minorant (majorant).

Exemple.

1. Mulțimea $\mathbb{N}$ a numerelor naturale este mărginită inferior (0 este un minorant al acesteia) şi nemărginită superior.
2. Mulțimile $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ sunt nemărginite inferior şi superior.
3. Mulțimea $A = (0,1]$ este mărginită inferior (0 este un minorant) şi superior (1 este un majorant).

Definiția 5. Fie $A \subset \mathbb{R}$ o mulțime nevidă. Un număr real m se numeşte margine inferioară (sau infimum) a mulțimii A dacă este cel mai mare minorant al mulțimii A. Marginea inferioară a unei mulțimi, dacă există, este unică şi se notează $\inf(A)$.

Exemplu. Dacă $A = (0,1]$ atunci $\inf(A)$=0.

Definiția 5. Fie $A \subset \mathbb{R}$ o mulțime nevidă. Un număr real M se numeşte margine superioară (sau supremum) a mulțimii A dacă este cel mai mic majorant al mulțimii A. Marginea superioară a unei mulțimi, dacă există, este unică şi se notează $\sup(A)$.

Exemplu. Dacă $A = (0,1]$ atunci $\sup(A)$=1.

Vom accepta următoarea axiomă, specifică mulțimii numerelor reale.

Axioma lui Cantor. Orice mulțime nevidă de numere reale mărginită inferior admite margine inferioară.

Observație. Afirmația anterioară nu este valabilă de exemplu pe mulțimea numerelor raționale. De exemplu, mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Q} / x^2 < 3\}$ este mărginită superior în $\mathbb{Q}$ (2 este majorant în $\mathbb{Q}$ al mulțimii), dar nu există $\sup(A)$ în $\mathbb{Q}$. Această axiomă permite să afirmăm că orice mulțime nevidă mărginită de numere reale are atât margine inferioară cât şi margine superioară. Dacă $A \subset \mathbb{R}$ este o mulțime nemărginită inferior, atunci ea nu admite niciun minorant. În acest caz vom considera că $\inf(A) = -\infty$. Analog, dacă mulțimea $A \subset \mathbb{R}$ este nemărginită superior, vom considera $\sup(A) = \infty$. Vom nota $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$. Cu acestea axioma lui Cantor se extinde în $\overline{\mathbb{R}}$ după cum urmează:

Orice mulțime nevidă de numere reale admite în $\overline{\mathbb{R}}$ margine inferioară şi margine superioară.

Exemple. Avem $\inf(\mathbb{N}) = 0$, $\sup(\mathbb{N})$ nu există în $\mathbb{R}$, dar $\sup(\mathbb{N}) = \infty$ în $\overline{\mathbb{R}}$. De asemenea $\inf(\mathbb{Z})$ şi $\sup(\mathbb{Z})$ nu există în $\mathbb{R}$, dar $\inf(\mathbb{Z}) = -\infty$, $\sup(\mathbb{Z}) = \infty$ în $\overline{\mathbb{R}}$. Dacă $A \subset \mathbb{R}$ este o mulțime nevidă şi $\inf(A) \in A$, atunci $\inf(A) = \min(A)$, unde $\min(A)$ este cel mai mic element al lui A. Analog, dacă $\sup(A) \in A$, atunci $\sup(A) = \max(A)$, unde $\max(A)$ este cel mai mare element al lui A.

Vom prezenta în continuare unele caracterizări pentru infimumul şi supremumul unei mulţimi de numere reale, utile în aplicaţii, şi unele rezultate teoretice de bază care derivă din Axioma lui Cantor.

Propoziţia 1. Fie $A \subset \mathbb{R}$ o mulţime nevidă şi $m \in \mathbb{R}.$ Atunci $m = \inf(A)$ dacă şi numai dacă au loc simultan:

a) $m \leq x, \forall x \in A;$

b) $\forall \varepsilon > 0,$ există $x \in A$ astfel încât $x < m + \varepsilon.$

Demonstraţie. Dacă $m = \inf(A)$, atunci m este minorant al lui $A,$ deci are loc a). Fie $\varepsilon > 0.$ Cum m este cel mai mare minorant al lui A, rezultă că $m + \varepsilon$ nu este minorant al lui $A,$ deci există $x \in A$ astfel încât $x < m + \varepsilon$, ceea ce probează b). Reciproc, din a) rezultă că m este minorant al lui $A.$ Presupunem că m nu este cel mai mare minorant al lui A şi fie $m_0 = \inf(A),$ deci $m < m_0.$ Alegând $\varepsilon = m_0 - m > 0,$ conform b), există $x \in A$ astfel încât $x < m + (m_0 - m) = m_0,$ ceea ce contrazice faptul că m_0 este minorant al lui $A.$ Deci $m = \inf(A)$.

Observaţie. Analog se demonstrează că dacă $A \subset \mathbb{R}$ este o mulţime nevidă şi dacă $M \in \mathbb{R},$ atunci $M = \sup(A)$ dacă şi numai dacă au loc simultan:

a) $x \leq M, \forall x \in A;$

b) $\forall \varepsilon > 0,$ există $x \in A$ astfel încât $x > M - \varepsilon.$

Propoziţia 2. Fie $A \subset \mathbb{R}$ o mulţime nevidă şi $\alpha = \inf(A) \in \overline{\mathbb{R}}.$ Dacă $\alpha \notin A \Rightarrow \exists$ un şir $(x_n)_n$ de numere din A astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \alpha.$

Demonstraţie. Să presupunem pentru început că $\alpha \in \mathbb{R}.$ Conform Propoziţiei 1, pentru $\varepsilon = \dfrac{1}{n}$ există $x_n \in A$ astfel încât $x_n < \alpha + \dfrac{1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$ Atunci $\alpha \leq x_n < \alpha + \dfrac{1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, şi deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \alpha.$ Dacă $\inf(A) = -\infty,$ atunci pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*,$ există $x_n \in A$ astfel încât $x_n \leq -n$ (deoarece $-n$ nu este minorant al lui A) şi deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -\infty.$

Teorema 3 (Weierstrass). Orice şir de numere reale monoton şi mărginit este convergent.

Demonstrație. Să presupunem că $(x_n)_n$ este un şir de numere reale crescător şi mărginit superior. Atunci mulțimea $A=\{x_n / n\in\mathbb{N}\}$ fiind mărginită superior admite supremum, conform Axiomei lui Cantor, şi fie $l=\sup(A)\in\mathbb{R}$. Vom arăta că $\lim_{n\to\infty} x_n = l$. Într-adevăr, fie $\varepsilon>0$ arbitrar fixat. Conform observației de la Propoziția 1, există $n_\varepsilon\in\mathbb{N}$ astfel încât $x_{n_\varepsilon} > l-\varepsilon$. Cum $(x_n)_n$ este un şir crescător, rezultă că $l-\varepsilon < x_n \le l, \forall n\ge n_\varepsilon$, ceea ce arată că $\lim_{n\to\infty} x_n = l$. Analog se demonstrează că dacă $(x_n)_n$ este un şir de numere reale descrescător şi mărginit inferior, atunci $(x_n)_n$ este convergent.

Lema 4 (Cesaro). Dacă $(a_n)_n$ este un şir mărginit de numere reale, atunci el conține un subşir convergent.

Demonstrație. Fie mulțimea $A=\{a_n / n\in\mathbb{N}\}$. Cum A este nevidă şi mărginită, conform Axiomei lui Cantor, există $\inf(A)\in\mathbb{R}$. Dacă $\inf(A)\notin A$, conform Propoziției 2, rezultă că există un subşir $(a_{k_n})_n$ al lui $(a_n)_n$ astfel încât $\lim_{n\to\infty} a_{k_n} = \inf(A)$, ceea ce probează lema. Dacă $\inf(A)\in A$, fie $b_1=\inf(A)$ şi $A_1 = A\setminus\{b_1\}$. Inductiv, definim $A_n = A_{n-1}\setminus\{b_n\}, n\in\mathbb{N}^*$, unde $A_0 = A$ şi $b_k=\inf(A_{k-1}), k\in\mathbb{N}, k\ge 2$. Această construcție se opreşte dacă există $n_0\in\mathbb{N}$ astfel încât $\inf(A_{n_0})\notin A_{n_0}$, caz în care există un subşir $(a_{k_n})_n$ al lui $(a_n)_n$ cu $\lim_{n\to\infty} a_{k_n} = \inf(A_{n_0})$, deci $(a_n)_n$ conține un subşir convergent. Dacă însă $\inf(A_n)\in A_n, \forall n\in\mathbb{N}^*$, atunci şirul $(b_n)_n$ astfel construit este un subşir crescător şi mărginit al şirului $(a_n)_n$,deci, conform Teoremei 3, $(b_n)_n$ este convergent.

Propoziția 5. Dacă $f: I\to\mathbb{R}$ este o funcție monotonă pe intervalul I, atunci limitele laterale ale funcției f în orice punct din interiorul lui I există şi sunt finite.

Demonstrație. Fără a restrânge generalitatea putem presupune că f este crescătoare, şi fie x_0 un punct din interiorul lui I. Vom arăta că $f(x_0-0)$ există şi este finită, celălalt caz fiind analog. Fie mulțimea $A=\{f(x)/x<x_0\}$. Atunci $f(x)\leq f(x_0), \forall x\in A,$ deci A este mărginită superior, deci există $\sup(A)=\alpha\in\mathbb{R}$. Vom arăta că $f(x_0-0)=\alpha$, folosind criteriul cu vecinătăți. Într-adevăr, fie $(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon)$ o vecinătate arbitrară a lui $\alpha(\varepsilon>0)$. Atunci există $x_\varepsilon<x_0$ astfel încât $f(x_\varepsilon)\in(\alpha-\varepsilon,\alpha]$ (în caz contrar ar rezulta că $f(x)\leq\alpha-\varepsilon, \forall x<x_0$, deci α nu ar fi cel mai mic majorant al mulțimii A). Cum f este crescătoare rezultă că $f(x)\in(\alpha-\varepsilon,\alpha], \forall x\in(x_\varepsilon,x_0)$, ceea ce arată că există $f(x_0-0)$ şi $f(x_0-0)=\alpha$.

Propoziția 6. Fie $f:(a,+\infty)\to\mathbb{R}$ o funcție monotonă. Atunci există $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

Demonstrație. Putem presupune că f este crescătoare , celălalt caz fiind analog. Fie mulțimea $A=\{f(x)/x\in(a,+\infty)\}$. Dacă mulțimea A este nemărginită superior, atunci pentru orice $\varepsilon\in\mathbb{R}$ există $x_\varepsilon\in(a,+\infty)$ astfel încât $f(x_\varepsilon)>\varepsilon$. Cum f este crescătoare, rezultă că $f(x)>\varepsilon, \forall x\geq x_\varepsilon$, deci $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$. Dacă însă A este mărginită superior, fie $\alpha=\sup(A)$. Cu un argument asemănător celui din Propoziția 5, se obține că $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\alpha$.

Lema 7. Fie $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ o funcție continuă astfel încât $f(a)\cdot f(b)<0$. Atunci există $c\in[a,b]$ astfel încât $f(c)=0$.

Demonstrație. Să presupunem de exemplu că $f(a)<0$ şi $f(b)>0$. Fie atunci mulțimea $A=\{x\in[a,b]/ f(x)<0\}$. Cum A este nevidă ($a\in A$) şi mărginită rezultă că există $\sup(A)=:c\in[a,b]$. Dacă $f(c)<0$, cum f este continuă, rezultă că există $\varepsilon>0$ astfel încât $[c,c+\varepsilon]\subset[a,b]$ şi $f(x)<0, \forall x\in[c,c+\varepsilon]$, şi atunci $c+\varepsilon$ este element al lui A, deci c nu este majorant al lui A, fals. Dacă $f(c)>0$, atunci de asemenea din continuitatea lui f rezultă că există $\varepsilon>0$ astfel încât $[c-\varepsilon,c]\subset[a,b]$ şi $f(x)>0,\forall x\in[c-\varepsilon,c]$, deci $c-\varepsilon$ este majorant al lui A, ceea ce contrazice faptul că $\sup(A)=c$. Din cele de mai sus rezultă că $f(c)=0$, ceea ce încheie demonstrația.

Teorema 8. Fie $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ continuă. Atunci f este mărginită şi îşi atinge marginile, adică există $u,v\in[a,b]$ şi $m,M\in\mathbb{R}$ astfel încât $m=f(u)\le f(x)\le f(v)=M,\forall x\in[a,b]$.

Demonstrație. Considerăm mulțimea $A=\{f(x)/x\in[a,b]\}$. Atunci există $\inf(A)$ şi $\sup(A)$ în $\overline{\mathbb{R}}$. Vom arăta că $\sup(A)\in A$. Să presupunem că $\sup(A)\notin A$. Atunci , conform Propoziției 2, există un şir$(x_n)_n$ de elemente din $[a,b]$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)=\sup(A)$. Cum $(x_n)_n$ este mărginit, conform Lemei 4, acesta conține un subşir $(x_{k_n})_n$ convergent la un element $\alpha\in[a,b]$. Funcția f fiind continuă în α, se obține că $f(\alpha)=\lim\limits_{n\to\infty} f(x_{k_n})=\sup(A)$, deci $\sup(A)\in A$, contradicție. Aşadar $\sup(A)\in A$, şi, analog $\inf(A)\in A$. Aşadar există $u,v\in[a,b]$ astfel încât $f(u)=\inf(A)$ şi $f(v)=\sup(A)$. Luând $m=f(u)$ şi $M=f(v)$, demonstrația se încheie.

În numărul viitor al revistei vom prezenta unele aplicații care folosesc Axioma lui Cantor şi rezultate deduse din aceasta.

Bibliografie

1. M. Burtea, G. Burtea, Manual de Matematică M1, clasa a XI-a, Editura Carminis, Piteşti, 2004.

2. C. Mortici, 600 de probleme, Editura Gil, Zalău, 2001.

3. M. Megan, A.Sasu, B. Sasu, Calcul diferențial în $\mathbb{R}$, Editura Universității de Vest, Timişoara, 2001.

4. Colecția Gazeta Matematică.

Marina Constantinescu, profesoară Şc.Gen. C. Săvoiu, Tg-Jiu ,
Mircea Constantinescu, profesor C.N.E.T, Tg-Jiu

Asupra unor probleme date la examenul de titularizare din 14 iulie 2010

Aproape întotdeauna am remarcat calitatea deosebită a subiectelelor de specialitate la examenul de titularizare. Anul acesta fiind în cauză (concurent), am avut posibilitatea să mă "lupt" în direct cu ele... Bineînțeles că un concurent nu cunoaşte (sau cel puțin aşa ar trebui) rezolvările din barem şi prin urmare trebuie să se întrebuințeze serios pentru a descoperi o soluție în cazul problemelor mai dificile. Mi-am propus să tratez în această notă matematică câteva soluții alternative la soluțiile din barem propuse pentru două probleme care mie mi s-au părut mai deosebite.

Iată enunțul pentru problema 1 de la subiectul I:

1. Spunem că o mulțime nevidă $A \subset N$ are proprietatea (p) dacă suma oricăror două elemente ale lui A, nu neapărat distincte, nu este în A.

a) Arătați că mulțimea $\{1,4,6\}$ are proprietatea (p) iar mulțimea $\{1,3,6\}$ nu are proprietatea (p)

b) Dați un exemplu de mulțime inclusă în mulțimea $\{1,2,...,2010\}$ care are 1005 elemente şi care are proprietatea (p)

c) Câte submulțimi nevide ale mulțimii $B=\{4,5,6,7,8\}$ au proprietatea (p)?

d) Arătați că dacă $A \subset \{1,2,3,...,2010\}$ are proprietatea (p), atunci mulțimea A are cel mult 1005 elemente.

Mie unul mi s-a părut cea mai frumoasă problemă din concurs. Ceea ce mi-am propus să tratez aici este doar punctul d) care mi s-a părut a fi cel mai incitant şi problematic şi care cred că ar fi trebuit sa facă "diferența".

Iată pe scurt câteva observații care rezolvă acest punct d).

Notăm cu M cel mai mare element din A. Acesta poate fi număr par sau impar. Dacă $M=2p$ atunci $2p \le 2010$ şi deci $p \le 1005$. Definim mulțimile: $X_1=\{1,M-1\}, X_2=\{2,M-2\},...,X_{p-1}=\{p-1,p+1\}$ şi $X_p=\{p,2p=M\}$. Este evident că $A \subset X_1 \cup X_2 \cup ... \cup X_p$ şi

$card\left(A \cap X_i\right) \leq 1$ pentru fiecare i, cu $1 \leq i \leq p \leq 1005$. Cu alte cuvinte mulțimea A trebuie să se formeze cu elemente extrase din mulțimile X_i dar nu cu mai mult de un element extras din fiecare mulțime X_i. Este clar atunci că: $cardA \leq p \leq 1005$.

Dacă $M = 2p+1$ atunci analog definim mulțimile $X_1 = \{1, M-1\}$, $X_2 = \{2, M-2\}$,..., $X_p = \{p, p+1 = M-p\}$. Este evident că $2p+1 \leq 2009$, deci $p \leq 1004$, iar mulțimea $A - \{M\}$ este acoperită de reuniunea $X_1 \cup X_2 \cup ... \cup X_p$ luând din fiecare mulțime X_i cel mult câte un element. Deci este clar că: $cardA \leq p+1 \leq 1005$

O alta problemă care m-a "frământat" a fost problema 2 din acelaşi subiect I, care are următorul enunț:

2. În planul α se consideră punctele $O_1, O_2, ..., O_{100}$, oricare trei necoliniare şi mulțimea $M = \{O_1, O_2, ..., O_{100}\}$. Se notează cu C_i cercul de centru O_i şi rază 1, $C_i \subset \alpha$, $i \in \{1, 2, 3, ..., 100\}$. Se ştie că pentru orice $i, j, k \in \{1, 2, 3, ..., 100\}$, există o dreaptă care intersectează cercurile C_i, C_j şi C_k

a) Arătați că într-un triunghi ABC cu $AB \leq AC$, distanța de la B la AC este mai mică sau egală decât distanța de la C la AB.

b) Determinați numărul triunghiurilor care au toate vârfurile în mulțimea M.

c) Arătați că triunghiul $O_1O_2O_3$ are o înălțime de lungime cel mult 2.

d) Pentru fiecare $i \in \{1, 2, 3, ..., 100\}$ se notează cu D_i cercul de centru O_i şi rază 2, $D_i \subset \alpha$. Arătați că există o dreaptă care intersectează toate cercurile $D_1, D_2, ..., D_{100}$

Mi s-a părut clar că pentru a rezolva punctul d) trebuie rezolvat mai întâi punctul c). Prin urmare am depus eforturi să rezolv mai întâi punctul c). Sigur, soluția din barem ... n-aveam de unde s-o visez...; am căutat aşadar idei proprii de rezolvare, iar ceea ce voi prezenta mai departe se inspiră din ideile încercate în momentele respective.

Notăm cu *d* dreapta care se intersectează cu cercurile C_1, C_2 şi C_3. Notăm cu X_1, X_2 şi X_3, proiecțiile punctelor O_1, O_2 şi respectiv O_3 pe dreapta *d*. Să observăm că lungimile segmentelor O_1X_1, O_2X_2 şi O_3X_3 sunt cel mult egale cu 1. Fără a restrânge generalitatea putem presupune că X_2 este între X_1 şi X_3. Vom arăta ca în acest caz înălțimea din O_2 este mai mică decăt 2. Sunt posibile următoarele situații:

1.Vârful O_2 este de aceeaşi parte a dreptei *d* cu ambele vărfuri O_1 şi O_3

2.Vârful O_2 este de aceeaşi parte cu unul din aceste două vârfuri

3.Vârful O_2 nu este de aceeaşi parte cu nici unul din aceste varfuri.

Vom folosi mai departe un rezultat uşor de demonstrat şi prin urmare nu-l vom mai demonstra:

P1. O paralelă la bazele unui trapez dusă printr-un punct interior uneia din laturile neparalele determină un segment cel mult egal cu cea mai mare dintre baze.

Pentru cazul 1. am putea avea figura următoare(fig. 1)

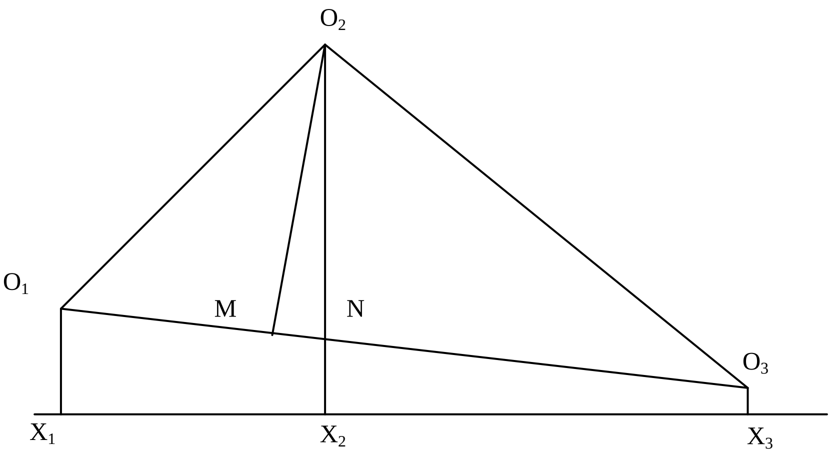


fig. 1

Dacă $M \in O_1O_3$, $O_2M \perp O_1O_3$ şi $N = O_2X_2 \bigcap O_1O_3$ atunci triunghiul O_2MN este dreptunghic şi deci $O_2M \le O_2N \le O_2X_2 \le 1 < 2$

Tot pentru cazul 1. mai este posibilă şi următoarea figură (fig 2)

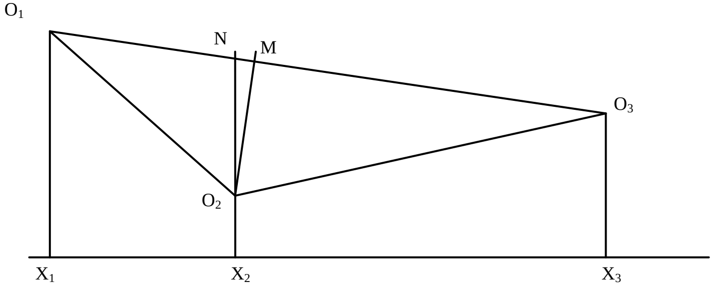


fig 2.

Şi în această situație $O_2M \le O_2N \le NX_2 \le \max\left(O_1X_1, O_3X_3\right) \le 1 < 2$

Mai departe vom demonstra cazul 3. pentru care avem fig. 3

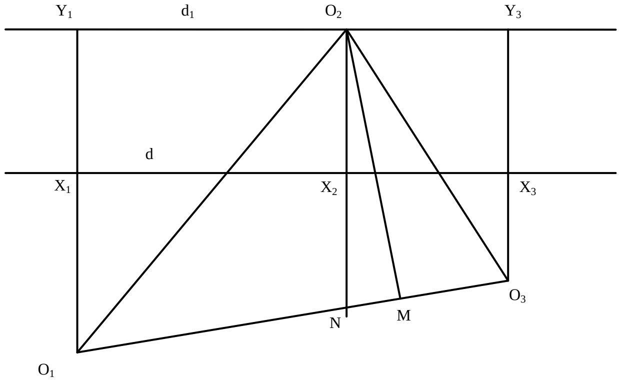


fig. 3

Am construit $d_1 \parallel d$, $O_2 \in d_1$ şi am notat: $Y_1 = O_1X_1 \cap d_1$, $Y_3 = O_3X_3 \cap d_1$. Celelalte puncte au aceiaşi semnificație ca în cazurile anterioare. Se observă că: $O_1Y_1 = O_1X_1 + X_1Y_1 \le 1+1=2$ şi analog $O_3Y_3 = O_3X_3 + X_3Y_3 \le 1+1=2$ şi $O_2M \le O_2N \le \max\left(O_1Y_1, O_3Y_3\right) \le 2$

Pentru cazul 2. considerăm următoarea figură (fig 4)

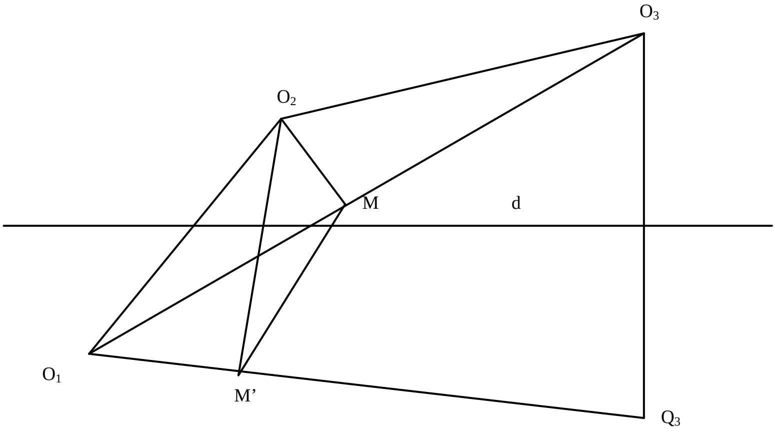


fig. 4

Am construit Q_3 simetricul lui O_3 față de d şi O_2M' înălțimea din O_2 a triunghiului $O_1O_2Q_3$. Se obsevă că în triunghiul O_2MM' unghiul din vârful M este obtuz deci $O_2M < O_2M'$ şi conform cu punctul anterior demonstrat, $O_2M' \leq 2$ şi deci $O_2M < 2$.

Este evident o soluție destul de complicată însă consider că tocmai prin complexitatea ideilor de rezolvare merită o atenție deosebită. Au fost utilizate doar elemente de geometrie sintetică şi deci este o soluție la nivelul clasei a VII-a. Soluția din barem mi se pare că ar fi trebuit "visată". Cea prezentată de mine este rezultatul unei munci chinuite .... dar mai probabil să o descoperi decât cea din barem.

Nicolae Stăniloiu, profesor, Bocşa

Probleme propuse
(se primesc soluții până în data de 5 noiembrie 2010, nu mai târziu!)

Clasa I

I.61 Suma a trei numere este 38. Aflați cele trei numere , ştiind că suma primelor două este 30, iar suma ultimelor două este 28.

Înv. Georgeta Turcin, Moldova – Nouă

I.62 Dacă mărim un număr cu 10 , apoi micşorăm rezultatul cu 25, obținem un număr cu 3 mai mare decât 20. Aflați numărul.

Înv. Georgeta Turcin, Moldova – Nouă

I.63 Calculează suma şi diferența numerelor 16 şi 3.

Înv. Elisaveta Vlăduț, Reşița

I.64 Suma a două numere este 17 . Unul din temeni este 5. Care este celălalt termen?

Înv. Elisaveta Vlăduț, Reşița

I.65 Într-o vază erau 18 garoafe. S-au vândut 13 garoafe. Câte garoafe au rămas în vază?

Înv. Elisaveta Vlăduț, Reşița

I.66 Se dau numerele: 3, 2, 1, 4, 0, 5. Din suma numerelor impare scade suma numerelor pare.

Inst. Oprea Robertha, Reşița

I.67 O maşină porneşte la ora 8 spre destinație. Drumul durează 2 ore, cu o întrerupere de o oră pentru a vizita grădina zoo. La ce oră a ajuns?

Inst. Oprea Robertha, Reşița

I.68 Cu toate cifrele de la 0 la 9 (indiferent de ordinea lor) şi cu operațiile matematice învățate obțineți rezultatul 1.

Înv. Maria Ciontu, Reşița

I.69 Înlocuiți următoarele litere pentru a obține egalități adevărate: $2+a=7$, $m+3=9$, $2+n+5=8$ şi $1+r+4+r=9$.

Red.RMCS

I.70 Bunica are 9 mere şi împarte fiecăruia dintre cei trei nepoți un acelaşi număr de mere. Dacă bunica rămâne cu 3 mere, câte mere a primit fiecare nepot?

Red.RMCS

Clasa a II-a

II.61 Micşorați succesorul numărului 83 cu predecesorul numărului 47.

Prof. Desanca Tismanar, Moldova – Nouă

II.62 Dacă într-un sac se adaugă 25 de kg de grâu, iar în altul 23 de kg, în cei doi saci vor fi în total 448 de kg de grâu.Câte kilograme erau la început în fiecare sac,ştiind că cei doi saci conțineau cantități egale de grâu?

Prof. Desanca Tismanar, Moldova – Nouă

II.63 Ioana are 12 ani, iar Ştefan are 10 ani. Câți ani au avut împreună în urmă cu trei ani ?

Inst. Mihaela Mregea, Reşița

II.64 Cartea pe care o citeşte Rodica are 267 de pagini, iar cartea pe care o citeşte sora sa are 135 de pagini. După ce le citesc, ele fac schimb de cărți.Câte pagini a citit fiecare ? Dar împreună?

Inst. Mihaela Mregea, Reşița

II.65 Câți sportivi participă la concursul de atletism, dacă băieți sunt 44, iar fete cu 6 mai puțin. **Scrie rezolvarea problemei printr-o expresie matematică!*

Ciuşdic Milan Alexandru,elev, Reşița

II.66 Află suma numerelor *a, b* şi *c***,** ştiind că: $b=a+15$, $c=a+b$ şi $a+8=24$.

Chera Vlad Antonio,elev, Reşița

II.67 Aflați numărul necunoscut din egalitatea:

$$82-22-a=42-19-8.$$

Bălănoiu Ana-Maria-Antonia,elevă, Reşița

II.68 Mă gândesc la un număr impar mai mare decât 40, dar mai mic decât 60, cu cifra zecilor egală cu cea a unităților. Care este numărul?

Brîndaş Patricia-Daniela,elevă, Reşița

II.69 Câte zile sunt începând cu 13 septembrie 2010 , prima zi a anului şcolar, până în 22 decembrie 2010, prima zi din vacanța de iarnă?

Inst. Robertha Oprea , Reşița

II.70 Folosind de 6 ori cifra 9 şi semnele matematice cunoscute obțineți 100.

Înv. Maria Ciontu, Reşița

Clasa a III-a

III.61 Două surori gemene au împlinit 12 ani. Câți ani au trecut de când s-au născut?

Înv. Ana Modoran, Reşița

III.62 Un cor compus din 20 de copii interpretează o melodie în 4 minute. În cât timp va fi interpretată melodia de un cor compus din 40 de copii?

Înv. Ana Modoran, Reşița

III.63 Bunica are un coş cu pere pe care le împarte în mod egal celor 6 nepoți. Elena nu a putut mânca decât jumătate din porția ei, pentru că celelalte 3 erau stricate.Câte pere a avut bunica?

Înv. Ana Modoran, Reşița

III.64 Exprimați numărul 30 cu 3 cifre identice, folosind semnele matematice învățate, în trei feluri diferite.

Înv. Maria Ciontu, Reşița

III.65 Trei cu unu şi cu altu şi cu trei legat de patru, cât fac?

Înv. Maria Ciontu, Reşița

III.66 Doi tați şi doi fii aveau 4 mere. Fiecare dintre ei a mâncat un măr şi totuşi…a mai rămas unul. Cum este posibil?

Înv. Maria Ciontu, Reşița

III.67 Înlocuiți următoarele litere pentru a obține egalități adevărate : $a+123=321$, $432+b+321=765$, $201+c+302+c=713$, $236+d+351+d+372+d=998$.

Red.RMCS

III.68 Dacă Marius i-ar da lui Mihai unul dintre stilourile sale, amândoi ar avea acelaşi număr de stilouri.Dacă Marius ar mai primi un stilou, ar avea de două ori mai multe stilouri decât Mihai.Câte stilouri are fiecare dintre cei doi prieteni ?

Red.RMCS

III.69 Dacă Cristina ar mai primi un măr, ar avea de două ori mai multe mere decât are Alina.Dacă Bianca i-ar da Cristinei unul dintre merele sale, cele două fete ar avea un acelaşi număr de mere.Cristina are exact jumătate din numărul merelor avute de Alina şi Bianca la un loc.

Câte mere are fiecare dintre fete?

Red.RMCS

III.70 Daniel vrea să îşi cumpere o carte care costă 38 de lei, dar are acum doar 5 lei.Părinții îi dau în fiecare zi câte 3 lei. După câte zile poate Daniel să îşi cumpere cartea ?

Red.RMCS

Clasa a IV-a

IV.61. De acasă şi până la şcoala unde învață Sergiu sunt 570 metri. Dacă aleargă, Sergiu ajunge de 3 ori mai repede decât dacă merge normal. Ce distanță parcurge Sergiu, atunci când se duce la şcoală alergând?

Înv. Ana Modoran,Reşița

IV.62 Pentru tabăra de matematică de la Crivaia erau înscrişi în 20 iunie 12 fete şi 16 băieți. În fiecare dintre zilele ce au urmat s-au mai înscris câte 2 fete şi un băiat, până când numărul fetelor a devenit egal cu cel al băieților. Aflați câți copii au fost în tabăra de matematică.

Prof. Ovidiu Bădescu, Reşița

IV.63 Dacă elevii unei clase s-ar aşeza câte trei în bancă, ar rămâne trei elevi în picioare, iar dacă s-ar aşeza câte patru în bancă, ar rămâne o bancă cu un singur elev şi o bancă liberă.

a) Câți elevi şi câte bănci sunt ?

b) Dacă şapte din numărul total al elevilor clasei sunt fete, câți băieți sunt în clasă?

Patrick Freisz,elev, Reşița

IV.64 Găsiți numărul *a* ştiind că suma vecinilor lui *a*, mărită de 9 ori, este 108.

Andreas Grafenberger,elev, Oțelu – Roşu

IV.65 Aflați numărul *x* din egalitatea

$\left[(x-5):2007+2007\right]:2008+2009=2010.$

Prof. Heidi Feil, Oțelu – Roşu

IV.66 Un ciclist parcurge zilnic cu 3 km mai mult decât în ziua precedentă.În patru zile consecutive, ciclistul parcurge 218 km.Aflați câți km a parcurs ciclistul în ultima zi.

Prof. Heidi Feil, Oțelu – Roşu

IV.67 Un penar cu 7 creioane costă 38 de lei, iar unul cu 12 creioane costă 48 de lei. Cât costă penarul?

Prof. Constantin Apostol, Rm.Sărat

IV.68 Suma unor numere naturale este egală cu 12, iar produsul lor este egal tot cu 12.Determinați aceste numere, ştiind că numărul cel mai mare dintre acestea este cel mult egal cu 5.

Prof. Constantin Apostol, Rm.Sărat

IV.69 Andrei se gândeşte la un număr natural.Bogdan îl înmulțeşte cu 5 sau 6. Cristi adaugă la rezultatul lui Bogdan 5 sau 6. Dan scadedin rezultatul lui Cristi 5 sau 6, obținând numărul 73. La ce număr s-a gândit Andrei?

Concurs Iaşi

IV.70 Un elev completează o foaie de matematică ce are 200 pătrățele astfel: un pătrățel cu A, două pătrățele cu B, trei pătrățele cu C, patru pătrățele cu D şi cinci pătrățele cu E.Repetă apoi procedeul până când completează toate pătrățelele. Pătrățelele se completează unul după altul, pe linie, iar la terminarea unei linii se trece la linia următoare.

a) Cu ce literă a completat ultimul pătrățel?
b) Câte pătrățele au fost completate cu litera C?

Concurs Iaşi

Clasa a V-a

V.190 Determinați cifrele distincte *x, y, z* scrise in baza 10, ştiind că: $\overline{xx}+\overline{yx}+\overline{zx}=\overline{xy3}$.

Prof. Loreta Ciulu, Reşița

V.191 Suma a 40 numere impare distincte este 1602. Arătați că cel puțin unul este mai mare decât 80.

Prof.Tilincă Daniela şi Mihăilă Adriana, Brăila

V.192 Se consideră mulțimea $A=\left\{x \middle| x=n^4; n\in\mathbb{N}\right\}$. Arătați că în orice submulțime cu cinci elemente a lui *A* se găsesc cel puțin două a căror diferență este divizibilă cu 10.

Olimpiadă Brăila

V.193 Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ ştiind că $\overline{ab}+\overline{bc}=\overline{ca}+\overline{ba}$ şi apoi calculați suma lor.

Prof. Marius Şandru ,Reşița

V.194 Un tren lung de 25 dam intră pe podul de la Cernavodă cu viteza de 600 m/min, ieşind de pe pod după 7 minute. Ce lungime are podul de la Cernavodă ?

Concurs Rm. Vâlcea

V.195 Ştiind că $a+b=54$, $b+c=72$ şi $c+d=91$, calculați restul împărțirii numărului $a+3b+5c+3d$ la numărul $a+d$.

Prof.Marius Perianu, Slatina

V.196 Un bazin poate fi umplut de trei robinete identice dacă acestea funcționează cinci ore.Bazinul este gol şi pornesc toate cele trei robinete. În cât timp se umple bazinul, dacă după o oră se opreşte primul robinet, iar după alte trei ore se opreşte şi al doilea ?

Concurs Slatina

V.197 Andra a are câteva bile de culori diferite: roşii, galbene şi albastre. Ştiind că 36 dintre acestea nu sunt roşii, 33 nu sunt galbene şi 27 nu sunt albastre, aflați câte bile de fiecare culoare are Andra.

Prof.Heidi Feil,, Oțelu – Roşu

V.198 Mergând cu autoturismul, un şofer observă că, la ora 9:10, pe kilometrajul de la bord apare numărul 12921. La ora 11:00, pe kilometraj apare următorul număr care concide cu răsturnatul său. La ce oră va observa şoferul din nou un astfel de număr, presupunând că se deplasează cu viteză constantă?

Concurs Iaşi

V.199 O mulțime *A* care conține exact patru elemente, numere naturale, se numeşte *legată* dacă, pentru orice $x \in A$, cel puțin unul dintre numerele $x-3$ sau $x+3$ este element al lui *A*.

a) Arătați că există mulțimi *legate;*

b) Demonstrați că produsul oricărei mulțimi *legate* nu poate fi egal cu 102.

Prof. Daniela Vlaicu, Zalău

Clasa a VI-a

VI.190 Aflați $a_1, a_2, ..., a_{2010}$ numere naturale nenule pentru care avem:

$$\frac{1\cdot 2}{a_1 \cdot a_2} = \frac{2\cdot 3}{a_2 \cdot a_3} = ... = \frac{2009\cdot 2010}{a_{2009} \cdot a_{2010}} \text{ şi } a_1 + a_{2010} = 1006.$$

Demonstrați că $S = a_1 + a_2 + ... + a_{2010} \vdots 2010$.

Prof.Carmen şi Viorel Botea, Brăila

VI.191 Demonstrați că niciunul dintre numerele 275, 2775, 27775, 277775,... nu este pătrat perfect.

Red. RMCS

VI.192 Determinați numerele naturale *a* şi *b* pentru care

$$\left(3^a+2^a\right)^b-\left(3^b-2^b\right)^a=1.$$

Prof.Manuela Prajea, Drobeta Tr.-Severin

VI.193 Pe o tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, 7, 9, 10 şi 12. Doi elevi au şters câte trei numere de pe tablă şi au remarcat că suma numerelor şterse de unul dintre ei este de două ori mai mare decât suma numerelor şterse de către celălalt. Găsiți ce număr a rămas pe tablă.

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

VI.194 Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții pentru $n\in\mathbb{N}$, număr par nenul:

a) Există un număr par de fracții nenule, cu numitorul n, care nu sunt supraunitare.

b) Există un număr par de fracții echiunitare cu numitorul mai mic decât n.

c) Există un număr par de fracții nenule, subunitare cu numitorul mai mic decât $2n+2$.

Prof. Loreta Ciulu, Reşița

VI.195 Determinați lungimile a,b,c ale laturilor unui triunghi ştiind că sunt numere naturale dintre care a şi b sunt numere prime şi $a^b=a+b$.

Prof. Loreta Ciulu, Reşița

VI.196 Determinați numerele naturale nenule *a* şi *b* ştiind că suma lor este 74 şi, împărțind pe *a* la *b*,se obține un cât egal cu restul împărțirii.

Olimpiadă Bucureşti

VI.197 Determinați numerele naturale nenule *n* pentru care numărul $A=2\cdot4\cdot6\cdot\ldots\cdot(2n)+73$ este pătrat perfect.

Olimpiadă Constanța

VI.198 Un număr natural se numeşte *miraculos* dacă este egal cu suma pătratelor a doi divizori distincți ai săi.

a)Dați un exemplu de număr *miraculos;*

b)Arătați că există cel puțin 2010 numere *miraculoase.*

Prof. Marius Damian, Brăila

VI.199 Mulțimea $A=\{a,b,c,d,e\}\subset\mathbb{N}$ are următoarele proprietăți:

a) media aritmetică a elementelor mulțimii *A* este egală cu 2008;

b) dacă eliminăm cel mai mic element din *A*, media aritmetică a elementelor rămase este 2010;

c) dacă eliminăm cel mai mare element din *A*, media aritmetică a elementelor rămase este 2006.

Câte astfel de mulțimi există?

Prof. Mircea Fianu, Bucureşti

Clasa a VII-a

VII.190 Se consideră un triunghi ABC şi I punctul de intersecție al bisectoarelor unghiurilor lui. Notăm cu *D* şi *E* mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$. Să se arate că ΔABC $([AB]\equiv[AC])$ este isoscel dacă şi numai dacă $[ID]\equiv[IE]$.

Olimpiadă Brăila

VII.191 Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația

$$x^2(y-1)+y^2(x-1)=1.$$

Prof.Gabriel Mîrşanu, Iaşi

VII.192 Pe o insulă trăiesc 12 cameleoni.La un moment dat trei au culoarea roşie, patru au culoarea galbenă, iar ceilalți cinci au culoarea verde. Se ştie că dacă se întâlnesc doi cameleoni cu două culori diferite atunci ambii îşi schimbă culoarea în cea de-a treia culoare;în rest, ei nu îşi schimbă culoarea. Arătați că:

a) este posibil ca la un moment dat niciun cameleon să nu aibă culoarea verde;
b) nu este posibil ca la un moment dat toți cameleonii să aibă culoarea verde.

Olimpiadă Gorj

VII.193 Fie *S* şi *T* două puncte în interiorul triunghiul *ABC* dreptunghic în *A*, astfel încât $AS\perp BS, AT\perp BT$. Dacă $ST\perp BC$, demonstrați că $AS=DT$, unde *D* este piciorul perpendicularei din *A* pe *[BC]*.

Prof.Stănică Nicolae, Brăila

VII.194 Se consideră un triunghi ABC în care $AB = 6,\ AC = 7,\ BC = 9$ şi se notează cu M şi N proiecțiile punctului A pe bisectoarele interioare ale unghiurilor $\widehat{B}$, respectiv $\widehat{C}$.

Calculați lungimea segmentului *(MN)*.

Prof. Liliana Niculescu, Craiova

VII.195 Calculați $x + y + z$ ştiind că:

$$\frac{x}{x+1} = \frac{y}{y+2} = \frac{z}{z+3} \text{ şi } \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 54.$$

Olimpiadă Olt

VII.196 Arătați că, dacă $a,b \in \mathbb{Z}$ şi 9 divide $a^2 + 4ab + b^2$, atunci 3 divide numărul $ma + nb$, pentru orice $m,n \in \mathbb{Z}$.

Concurs Suceava

VII.197 Într-o cameră sunt 16 persoane. Fiecare persoană cunoaşte exact alte trei persoane din acea cameră. Se presupune că dacă persoana A îl cunoaşte pe B, atunci şi B îl cunoaşte pe A.

a) Dacă se realizează o strângere de mână între fiecare două persoane care se cunosc, să se precizeze câte strângeri de mână au loc;

b) Să se studieze în ce context că putem împărți cele 16 persoane în grupe de câte 4, astfel încât în interiorul fiecărei grupe, oricare două persoane să nu se cunoască între ele.

Prof. Mihai şi Steluța Monea – Deva

VII.198 Fie $ABCD$ un paralelogram în care M şi N sunt mijloacele laturilor BC şi respectiv DC. Se notează $AM \cap DC = \{Q\}$ şi $BN \cap AD = \{P\}$. Să se arate că $PQ = 2DM$.

Prof. Loreta Ciulu,Reşița

VII.199 Se consideră paralelogramul *ABCD*, *M* mijlocul laturii $[BC]$ şi P,Q proiecțiile lui D pe AM, respectiv a lui A pe DM. Să se arate că $BQ = CP$.

Olimpiadă Brăila

Clasa a VIII-a

VIII.190 Determinați numerele reale x, y, z ştiind că $x+y+z=6$ şi $xy+xz+yz=12$.

Olimpiadă Brăila

VIII.191 Arătați că: $3+ab-2\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\geq 0$, pentru orice $a,b\in\left[0,1\right]$.

Concurs Suceava

VIII.192 Dacă $x\in\left(0,2\right)$, demonstrați că $\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(1+\frac{1}{\sqrt{2-x}}\right)\geq 4$.

Prof. Octavia Popa, Brăila

VIII.193. O cutie din lemn are 9 compartimente distribuite sub forma unui pătrat de tipul 3×3. În fiecare compartiment se găsesc bile distribuite ca în figura alăturată. Bilele se pot muta dintr-un compartiment în altul cu condiția ca această mutare să se realizeze între compartimente vecine, situate pe aceeaşi linie sau aceeaşi coloană.

1 bilă	2 bile	3 bile
4 bile	5 bile	6 bile
7 bile	8 bile	9 bile

a) Demonstrați că se pot realiza mutări de bile astfel încât la final numărul de bile din fiecare compartiment să fie acelaşi;

b) Arătați că indiferent de numărul de mutări efectuate nu putem obține număr par de bile în fiecare compartiment.

Prof. Mihai şi Steluța Monea – Deva

VIII.194 Se ştie că exact unul dintre numerele reale *x,y,z* este irațional, iar numărul $N=xy+yz+zx$ este rațional.Demonstrați că: $N\leq 0$.

Prof. Mircea Fianu, Bucureşti

VIII.195 Determinați numerele naturale n pentru care valoarea numerică a expresiei $E(n) = n^4 - 16n^2 + 100$ este un număr prim.

Olimpiadă Bistrița-Năsăud

VIII.196 Pe un teren dreptunghiular de lungime L şi de lățime l este situat un zid paralelipipedic de lungime l şi înălțime H poziționat paralel cu lățimea terenului.O furnică pleacă dintr-un colț al terenului şi ajunge în colțul opus.Care este lungimea minimă a drumului pe care ar putea merge furnica?

Concurs Deva

VIII.197 În capetele A, B ale unui diametru al unui cerc se duc tangentele AA' şi BB' la acel cerc. Se ia un punct M pe cerc diferit de A şi B. AM intersectează pe BB' în C. BM intersectează pe AA' în D. Să se demonstreze că $AD \cdot BC = AB^2$.

Prof. Loreta Ciulu, Reşița

VIII.198 Calculați valoarea expresiei

$E = \sqrt{4x^2 + 4y - 3} + 2 \cdot \sqrt{y^2 - 6x - 2y + 10}$, ştiind că $1 < y < 2$ şi $x - y + 1 = 0$.

Prof. Florica Banu, Bucureşti

VIII.199 Vârfurile unui cub se colorează în roşu, galben sau albastru.Putem proceda astfel încât fiecare mulțime formată din patru vârfuri coplanare să conțină toate cele trei culori ?

Prof. Gabriel Popa, Iaşi

Clasa a IX-a

IX.180 Studiați dacă există numere întregi nenule a, b, c pentru care $a + b = c$ şi $ab + c = 0$.

Prof. Lucian Dragomir, Oțelu Roşu

IX.181 Pe fiecare dintre laturile *(AB), (BC)* şi *(CA)* ale unui triunghi *ABC* se consideră câte trei puncte, două colorate cu roşu şi unul cu albastru.

Calculați câte triunghiuri au vârfurile printre cele nouă considerate. Determinați câte dintre acestea au vârfurile colorate cu aceeaşi culoare.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

IX.182 Nicu are plantați în livadă *n* pruni, numerotați distinct cu numerele 1, 2, 3, …, *n* .

Într-o zi, Nicu se apucă de cules prune respectând următoarea regulă: din prunul cu numărul 1 culege două prune, din prunul cu numărul 2, culege cinci prune, din prunul cu numărul 3, opt prune, şi aşa mai departe, culegând cu trei prune mai mult decât din pomul precedent.

Câți pruni ar trebui să aibă plantați Nicu pentru a fi sigur că, respectând regula indicată, la sfârşitul zilei are culese cel puțin 2010 prune?

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

IX.183 Pe malul unui lac în formă de disc, sunt situate trei persoane care sunt dispuse asemenea unui triunghi echilateral. Pe apă pluteşte o barcă şi fiecare persoană are o frânghie legată de barcă. Se ştie că persoanele sunt la fel de puternice şi depun acelaşi efort în momentul în care trag de frânghie cu scopul de a trage barca spre mal.

a) Să se arate că dacă în poziția inițială barca era în centru lacului, atunci indiferent de efortul celor trei persoane, barca nu se va mişca;

b) Dacă poziția inițială a bărcii nu era în centrul lacului, să se precizeze până în ce punct pot trage barca cele trei persoane.

Prof. Mihai şi Steluța Monea – Deva

IX.184 Demonstrați că: $\frac{x^2}{x-1}+\frac{y^2}{y-1}\geq 8$, pentru orice $x, y \in (1,\infty)$.

Olimpiadă Dâmbovița

Clasa a X-a

X.180 Se consideră o mulțime $\mathcal{M}$ de puncte din plan care satisface următoarele proprietăți:

a) $A(1,0)\in\mathcal{M}$;

b) dacă $P(x,0)\in\mathcal{M}$, cu $x\in\mathbb{R}$, atunci $Q(\cos x,\sin x)\in\mathcal{M}$;

c) dacă $S(\cos 2x,\sin 2x)\in\mathcal{M}$, cu $x\in\mathbb{R}$, atunci $T(x,0)\in\mathcal{M}$;

Arătați că mulțimea $\mathcal{M}$ conține punctele $B(-1,0)$ şi $C(0,1)$.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

X.181. Rezolvați ecuația: $2^{2^{x+2}}+2^{2^{-x}}=8$.

Prof. Traian Tămâian, Carei

X.182. În urma unor cercetări, s-a stabilit că solubilitatea în apă a unei substanțe *s* în raport cu temperatura (măsurată în grade Celsius), este dată de o formulă de forma $S(t) = at^2 + bt + c$, unde $a, b, c \in (0, \infty)$, iar $t \geq 10$ (grade Celsius).

Experimental, s-au determinat valorile solubilității la câteva temperaturi, anume: $S_1 = 10, S_2 = 15, S_3 = 25$, pentru temperaturile $t_1 = 20, t_2 = 25,$ respectiv $t_3 = 30$.

(Solubilitatea *S* este exprimată în *g* substanță *s* la 100g apă).

a) Găsiți valoarea solubilității substanței date *s* la temperatura de 50^o;

b) Arătați că există două temperaturi diferite la care solubilitatea substanței *s* este aceeaşi.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

X.183 a) Să se arate că în orice triunghi de laturi a, b, c avem:

$b\cos C + c\cos B = a$

b) Demonstrați inegalitatea: $\left(b^2 + c^2\right)\left(8R^2 - c^2 - b^2\right) \geq 4R^2a^2$, unde a, b, c si R sunt laturile şi respectiv raza cercului circumscris unui triunghi.

Ovidiu Stăniloiu, student,Timişoara

X.184 Determinați numerele întregi m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (m-1) \cdot 2^x + (m-6)2^{-x}$ intersectează axa *Ox* într-un punct care are coordonatele numere raționale.

Prof. Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

Clasa a XI-a

XI.180 Se consideră familia de drepte $d_m : (m+1) \cdot x - (m-1) \cdot y - 5m - 3 = 0$ cu $m \in \mathbb{Z}$. Arătați că:

a) familia dată conține o dreaptă paralelă cu dreapta de ecuație $4x - 2y - 3 = 0$;

b) toate dreptele familiei considerate trec printr-un punct fix;

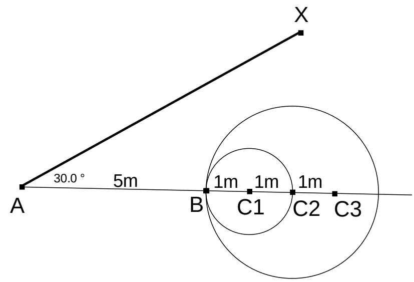
c) familia considerată conține o singură pereche de drepte perpendiculare.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

XI.181 Fie punctul $A(1, y)$, $|y| \geq 1$ într-un sistem de axe de coordonate. Din punctul A se duc tangentele la cercul centrat în origine de rază 1. Fie T_1 şi T_2 punctele de tangență cu cercul respectiv. Determinați y dacă patrulaterul AT_1OT_2 se poate înscrie într-un cerc de rază 1.

Ovidiu Stăniloiu , student, Timişoara

XI.182. Figura alăturată modelează zborul unei muşte în apropierea unei clădiri a cărei perete este reprezentat de dreapta AX . Musca porneşte din B şi descrie cercul de centru C_1 în sensul acelor de ceas. Apoi din B descrie cercul de centru C_2 în acelaşi sens, apoi cercul de centru



C_3, C_4,…., C_n, toate aceste centre fiind coliniare şi situate la 1 m unul după celălalt . Musca se opreşte din zbor în clipa în care atinge peretele.

a) Care este centrul cercului pe care se situează musca în clipa în care se opreşte din zbor?

b) Care a fost lungimea zborului?

Prof. Mihai şi Steluța Monea – Deva

XI.183 Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $X^2 + 2X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Olimpiadă Hunedoara

XI.184 Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ pentru care $x_n^2 - 2nx_n + n^2 - 1 \leq 0$, $\forall n \geq 1$.

Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{n}$.

* * *

Clasa a XII-a

XII.180 Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$ şi punctele *A*, *B* situate pe graficul funcției *f* , de abscise $x_A = 1$, respectiv $x_B = 3$.

a)Găsiți punctele *C* de pe graficul funcției f pentru care aria triunghiului *ABC* este egală cu 15 ;

b)Găsiți un punct *D* situat pe graficul funcției f în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta *AB*.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

XII.181 Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-6x^2+9x+a,\ a\in\mathbb{R}$.

a) Determinați numerele întregi a pentru care graficul funcției considerate intersectează axa Ox în trei puncte distincte;

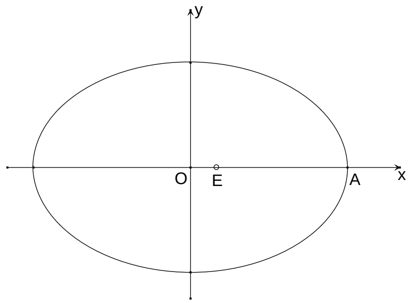
b) Pentru $a=1$, arătați că: $5^{x-1}\le f(x)\le 5^{x+1}$, $\forall x\in[0,1]$.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

XII.182 Se consideră punctele $A(-7,1),\ B(5,3),\ C(2,-4)$. Determinați mulțimea $\mathcal{M}$ a punctelor N care au coordonatele întregi , sunt situate în interiorul sau pe laturile triunghiului ABC şi pentru care $\mathcal{A}_{(ACN)}=\mathcal{A}_{(BCN)}$.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

XII.183. Undeva într-o galaxie îndepărtată, oamenii de ştiință au descoperit o stea pe nume Eraos(litera E pe figura alăturată) în jurul căreia se roteşte în sens trigonometric o planetă acoperită integral de apă, pe nume Arret, . Pentru o analiză riguroasa a acestui sistem s-au ales coordonate



astfel încât dacă O reprezintă originea, atunci avem punctule $E(1,0)$. Planeta Arret a fost studată o perioadă de 360zile , timp în care a efectuat o mişcare de rotație completă în jurul stelei Eraos, pornind din poziția notată cu A şi revenind apoi tot în A. Coordonatele planetei pot fi exprimate în orice zi în funcției de timp prin relațiile $x(t)=6\cos t$ şi $y(t)=4\sin t$, unde t reprezintă timpul exprimat în zile, $t\in[0,360]$.

a) Să se determine distanța minimă la care se va găsi planeta Arret în raport cu steaua Eraos în timpul mişcării sale de rotație?

b) Dacă temperatura de pe planetă se poate calcula cu formula $T=56-2d^2$, unde d reprezintă distanțe dintre stea şi planetă în acel moment, să se determine în câte zile din cele 360 analizate, planeta este înghețată?

Prof. Mihai şi Steluța Monea – Deva

XII.184. Fie mulțimea $A=\left\{a+bi \middle| a\in(-1,1), b\in(0,1], a^2+b^2=1\right\}$.

a) Să se demonstreze că pentru orice $x, y \in A$ există un singur element $z \in A$ cu proprietatea $z^2 = xy$.

b) Pe mulțimea A definim legea $\circ : A\times A \to A$, prin $x \circ y = z$, unde z este numărul unic determinat la punctul anterior. Să se arate că legea $\circ$ este comutativă dar nu este asociativă.

Prof. Mihai şi Steluța Monea – Deva

Rubrica rezolvitorilor (punctajele reprezintă totatul obținut pentru soluțiile problemelor din RMCS 31 şi 32)

Înainte de a lectura rubrica aceasta, vă rugăm să revedeți regulamentul concursului, conform căruia se pot trimite rezolvări de la clasa în care sunteți în prezent, clasa precedentă sau, dacă puteți, de la orice clasă superioară(aveți grijă!!!)…(RMCS 31.pag.26)…aşadar, dacă sunteți, de exemplu, elev în clasa a III a şi ați trimis şi rezolvări ale unor probleme de clasa I, acestea nu vor fi luate în considerare(conform regulamentului)… ați trimis 30 de probleme rezolvate şi aveți maxim doar 200 de puncte… de ce? Pentru că ați umplut plicul şi cu probleme rezolvate de la clasa I…exemplele pot continua…

Înainte de a trece mai departe, cu micile sau marile neajunsuri legate de transmiterea eficientă a informațiilor, trebuie să remarcăm şcoala de sat care încearcă, an de an, matematica pe care o propunem: şcoala Rusca – Teregov! Ca să nu se supere nimeni, vom mai remarca,pe viitor, alte şcoli care merită... de fapt, dacă urmărim cu atenție revista, ştim despre cine e vorba, ştim unde se încearcă încă a se face treabă...

Clasa a II-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Hercules Băile Herculane (înv. Alexa Gaiță, inst. Diana Grozăvescu) : Iliescu Camelia(75) , Cuc Dorian (220), Grozăvescu Cristian(278), Papavă Laurențiu Florin(286), Ghinea Vintilescu Irina(196), Călțun Adrian(190), Păuna Robert(196), Domilescu Gabriel

Ioan Ilie(192), Viericiu Daniel(196), Cănicean Cristina(196), Ştefan-Brînzan Georgiana(196), Coman Alina(196), Sitaru Bianca(196), Rădoi Andrada(196), Bolbotină Iulia(272), Bolbotină Flavia(272).

Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş (inst. Patricia Maria Trion): Tufişi Alexandru(86).

Şc. Ciclova Română(înv. Cristina Lungu): Spârtic Florina Mădălina (86).

Şcoala nr.1 Moldova – Nouă (înv. Georgeta Turcin): Craiovan Eli Cosmina Maria(20), Constantin Cristiana(20).

Şcoala nr. 2 Reşiţa(înv.Elisaveta Vlăduţ, înv. Robertha Oprea, înv. Maria Ciontu): Jula Diandra Melinda(280), Aruxandei Oana(150), Oşan Vlad(184), Drăgan Liliana(122), Marin Oana(98), Bîtea Iulia(236), Petrica Andra Elena(290), Boncaş Silvana(177), Stuparu Daniel(293), Boloca Mădălina(277), Mircea Antonia-Florina(275), Pinte Alexandru Dumitru(275), Dumitru Maria Alexia(277), Bîrla Ştefan Alexandru(275), Popescu Nicoleta(275), Ţucă-Willinger Andra Beatrice(280), Bălu Irina Alexia(275), Giurescu Petre(189), Terfăloagă Mario-Andrei(275), Fara Eduard Petru(275), Bondoc Andrei Mihai(180), Doran Andrei(275), Blujdea Andrei Şerban, Lucacela Giulia(275), Călin Denis Andrei(278), Hamat Octavia Maria(280), Ţibru Maria-Bianca(276), Cismaru George(276), Chira Ralf(75). *Lăsaţi elevii să încerce să rezolve, să trimită soluţiile,* ***apoi*** *discutaţi cu ei...*

Şcoala Romul Ladea Oraviţa (înv.Constanţa Chiriac, înv. Camelia Suru, înv.Claudia Mirabela Gavrilescu, înv. Felicia Roiban) : Albert-Sterian Eduard-Dănuţ(96), Gherovăţ Anamaria(100), Diaconescu Mădălina(96), Tomici Bogdan(196), Iancu Eunice-Anastasia(96), Dumitru Ana Maria(196), Groszmuk Beatrice Timeea(150), Dobroi Ruxandra(197), Stângu Sara(196), Ivănuş Rareş(125), Fiştea Răzvan(88), Popescu Dennis Andrei(88), Novac Naomi(88), Mitreanu Andreia(88), Alexandru Alexandra-Florina(88), Ciocoi Ionela(196), Manda Flavian(188), Ogrin Mădălin(100), Micşa Laurenţiu Gabriel(100),Ţeicu Duşan Marius(93).

Liceul Gen.Dragalina Oraviţa(înv. Paulina Lăpuşnianu)

Goioane Mădălin-Iasmin(70), Vlad Marco-Ciprian(70), Lăpuşnianu Ştefan-Lucian(116), Blagoe Iustina(80).

Şcoala nr. 1 Oţelu – Roşu (înv. Luminiţa Orszari): Feil Nadia(250), Schelean Alexandra(200).

Clasa a III-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Hercules Băile Herculane(înv. Mirela Bolbotină, înv. Felicia Adriana Laitin): Staicu Ariana(408), Cionca Cosmin(198), Spătaru Iolanda Karina(192), Petcu Egon(192), Pervulescu Răzvan(195):ne-a plăcut ce-ai scris pe plic :*Foarte Important !*, Cîrdei Bogdan Antonio(195), Bohnsack Alexandru Walter(192), Vlădica Alexandra(388), Blidariu Mihai(176), Bârlan Florentin(98).
Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(înv. Lidia Todor): Boncalo Sebastian(685), Drăghin Alexia(198), Bogdan Alexandra(358), Vela Cristian Rusalin(643), Marghescu Radu(663), Iacob Rareş(676), Bona Alin(296), Ghimboaşă Petronela(646).
Şcoala nr.1 Moldova – Nouă(prof. Desanca Tismănar, prof.Mirela Curea) Gruescu Gabriel Moisă(198), Muntean Paul(194), Marişescu Nicolas(10), Străin Alexandra(10), Veselin Ioana(10) – *deşi pe borderou era trecut:"număr de probleme rezolvate:10", în plic nu am găsit decât una!*
Grup şcolar Moldova – Nouă(înv. Anastasia Stroia): Cristea Bianca(60), Răulea Alisa(126), Crenicean Georgiana(90), Bojici Ivana-Maia(364), Voicu Andreea(80).
Liceul Traian Lalescu Reşița(înv. Daniela Osman, înv. Alina Guță): Kovacs Iulia Francesca(417), Lohon Ariana(396), Borca Giulia(298), Pădurean Daniel(499).
Şcoala nr. 2 Reşița(înv.Florica Boulescu, înv.Mihaela Mregea, prof.Mariana Brebenariu): Cicortaş Raul Andrei(412), Adorjan Clara-Lorena(445)-redactare deosebită, chiar dacă unele probleme nu au fost rezolvate integral corect, se vede că au fost rezolvate de către elevă şi nu de altcineva !), Datcu Goiceanu David(152), Blănariu Melisa(160), Racoceanu Rareş(137), Penzes Noemi(483), Pîrvu Cristina Florentina(437), Virag Roberta Izabela(363), Aruxandei Denisa Alexandra(330), Tucanu Iustina Alexandra(228), Istvancsek Andreas(386), Milencovici Radoliub-Vlad(464), Rotariu Răzvan Ion(520), Maletici Iasmina Noemi(100), Solomon Denisa(100), Burileanu Ana-Iulia(397), Pascu Eugen Cristian(96), Paulescu Patrick(471), Szazi Timeea(435), Ciobanu Elena(590): redactări clare şi complete, Roescu Codruța(585), Crețu Cătălin(120).
Şcoala nr. 8 Reşița(înv.Maria Hristodoreanu, inst.Doina Dumitraşcu)

Purdea Mădălina-Cristina(382), Sofronea Maria-Alexandra(180), Coandă Amelia Ioana(417).
Şcoala nr. 9 Reşiţa(înv. Lidia Adamescu, inst.Măriuţa Benga, prof.Costa Moatăr):Remo Tommy(240), Gîlcescu Denis-Alexandru(193), Novakovic Nikoleta(190), Negrea Alexandra(393), Rusu Melisa(93), Bârsan Paul(313), Bodnar Emanuela(580), Păvălan Patricia(116), Voinea Nicoleta(502), Mitru Casian(280), Borduz Flavius(200).
Liceul Gen.Dragalina Oraviţa(înv. Ildiko Stoenescu) : Petcu Ioana(90), Lazarov Andrei(400), Miloş Mădălina(146), Boca Christiana(158).
Şcoala Romul Ladea Oraviţa(prof. Daniela Dorina Man)
Mureşan Eliza(235), David Edward Petru(218), Marocico Denis(359), Stîngă Răzvan Andrei(427), Mărgan Oana Miruna(185), Gyorgy Maria-Cristina(423), Lungu Alexandru Andrei(95), Ciublea Amalia(195), Săvulesc Oana Daiana(185),Balmez Cristina-Maria(540).
Şcoala nr. 1 Oţelu – Roşu (înv.Nicoleta Doleanu, înv. Nicoleta Toader)
Pop Adrian(70), Janţu Lucian (130), Bărbulescu Florentina(139), Veţan Denis(285), Năstase Alexandra(110), Preda Sebastian(184), Ghenade Timeea(142), Meilă Denis Marian(245), Baderca Flavius(114), Boghian Tiberiu(184).
Liceul Bănăţean Oţelu – Roşu (înv.Floare Homota) : Groza Adrian, Angheloni Denisa

Clasa a IV-a

(Indicaţi pe plic clasa în care sunteţi, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Hercules Băile Herculane(înv. Doina zah, înv. Camelia Staicu)
Negoiţescu Nicoleta(231), Agafiţei Cristian(476), Agafiţei Nichita(476), Sorescu Valentin(374),Ştefan-Brânzan Marian(281), Troacă Andrei(308), Ciobanu Antonia(309), Dancău Maria-Ileana(351), Stoican Anastasia(351), Nicoară Rebeca(321), Dorobanţu Maria(423), Bolbotină Gabriel(463). *Repetăm: nu se primesc soluţii decât de la clasa inferioară, clasa în care sunteţi, orice altă clasă superioară...*
Şcoala Bozovici(înv.Violeta Voin Stanec) : Pascariu Anda-Cristina(439), Ruva Patricia Mădălina(392).
Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(înv. Ritta Ion) : Popa Nicuşor Alexandru(70), Miculescu Andreea(200), Lungu Lorena(170).
Şcoala nr.1 Moldova – Nouă(înv.Veronica Mărgărit) : Muntean Georgiana(20).

Şcoala nr. 2 Reşiţa(înv.Eufemia Jurca,înv.Aurica Niţoiu, înv.Camelia Bălănescu) Muntean Anda(423), Badea Roxana(167), Marin Karla Ştefania(127), Khanbijan Alexandru(250), Nimirceag Vlad-Dan(172), Ciuşdic Milan Alexandru(375), Petrica Anca Ştefania(385), Onofrei Sara(193), Back Andreas(310), Parfenie Alexandra(357),Potocean Teodora Aura(612, redactare plăcută, corectă în cea mai mare măsură), Popescu Anisia(182), Bălănoiu Ana-Maria-Antonia(475), Buzatu Cătălina(150), Suteanu Sara(196), Velcsov Tania(208).
Şcoala nr. 8 Reşiţa(înv.Corina Nedelcu, înv.Rodica Moldovan) : Bugariu Andrei(283), Cenda Sabina(486), Marin Mădălin(490),Ştreng Flavius(496),Ţeperdel Darius(485),Goian Tudor(387),Erceanu Andrei(387),Nica Elena Lorena(187),Colţescu Cătălin Emil(185), Popovici Naomi(185), Pătru Raplh Antonio(90), Ciupici Vlad(367), Pascal Roxana(357).
Şcoala nr. 9 Reşiţa(înv.Margareta Filip) : Jumanca Patricia(527)
Şcoala Romul Ladea Oraviţa(înv.Merima Velcotă, înv.Viorica Totorean) Scarlat Sara-Giulia(170), Dumitraşcu Bogdan-Andrei(292),Gherman Oana(70), Preda Damir(362),Popovici Antonia-Ştefania(80),Burcuşel Alex Paul(120),Dudilă Eduard(155) : *nu se cer doar răspunsurile, ci şi justificarea lor, redactarea trebuie să fie completă...*
Liceul Gen.Dragalina Oraviţa(înv.Mirela Ana Nicolaevici) : Lazăr Denis(80), Mărilă Paul(80).
Şcoala nr. 1 Oţelu – Roşu(înv.Rodica Istrat) Voiţ Iulia(499)
Şcoala cu clasele I-IV Cireşa, Oţelu – Roşu(prof. Carmen Dinu) Bărboi Natanael(60).
Şcoala nr. 3 Oţelu – Roşu(înv.Dorela Turcin,înv.Simona Ţiru, prof. Adriana Găină) Butoi Drăghici Alina(334), Şulea Mariela(334), Savescu Andrei(120), Tamaş Patricia(326).
Şcoala Sicheviţa(inst.Maria Popovici) Popovici Adelina-Florina(40)

Clasa a V-a

(Indicaţi pe plic clasa în care sunteţi, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Teoretic A.M.Guttenbrunn Arad(inst.Lucian Trif): Bogdan Tudor(160).
Liceul Hercules Băile Herculane(înv.Maria Puşchiţă) : Tudor Oana(90), Golopenţa Mircea(100),Bujancă Georgiana(100).

Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(înv.Mirela Tătar,înv.Diana Gorczynski): Cernicica Andrei(100), Cherşa Adrian Octavian(40), Vuc Adelina(100), Lazăr Lavinia(70),Tunsoiu Oana Mihaela(100), Preda Claudia-Nicoleta(110),Nica Roberta(140),Boba Bianca Cristina(100), Pascotă Andreea(100).
Liceul Traian Doda Caransebeş(înv.Margareta Ştefănuți): Stanciu Ana-Zaira(200).
Şc. Ciclova Română(înv.Ruja Caragea) :Mitreanu Andrei Mihai(100).
Şcoala nr.1 Moldova – Nouă(inst.Daniela Azamfirei-Marinca) : Munteanu Adela(50), Nistoran Andreea-Daiana(50).
Liceul Traian Lalescu Reşița(înv.Lavinia Dolot, înv.Simona Vancu) Iacob-Mare Ionuț Radu(352), Regulschi Antonia(227), Catina Paula (360) ,Puşcaş Roberta(115), Puşcaş Antonia(125), Potocianu Rebecca(394), Freisz Patrick(510), Lucaci Cristiana(240), Cîrstea Denisa(420).
Şcoala nr. 2 Reşița(înv.Ana Modoran,inst.Ozana Drăgilă): Murariu Dumitru-Ciprian(88), Iuga Bianca-Teodora(176), Gligor Mădălina Georgiana(317), Cioponea Alexandru Mihai(336), Velcsov Flavia(376), Givoreanu Carmen-Tabita(355), Mihai Andrei Flavian(113), Nicola Elena-Beatrice(400), Presnescu Bogdan(386), Dieaconu Dorel(260), Măciucă Răzvan(310), Călimănescu Oana(330).
Şcoala nr. 8 Reşița(înv.Laura Popa) : Negrea Alexandru(70).
Şcoala nr. 9 Reşița(inst.Mariana Mitrică): Imbrescu Raluca(336),Remo Denis(262),Zaharia Flavia Cristiana(400),Şoavă Daniel Viorel(386), Vladu Andrei Damian(175), Țigănilă Ionuț(283), Gherasim Daniel(176).
Şcoala Rusca-Teregova(prof.Sorin Ciucă): Blaj Petru(145).
Şcoala Romul Ladea Oravița(înv.Rozalia Arnăutu, prof.Maria Iancu) Brădeanu Luciana(50), Palade Teodora(115), Şchiopu Alexandra(140).
Şcoala nr. 1 Oțelu – Roşu(înv.Marin Vărzan) : Racolța Annlee(210).
Şcoala Vîrciorova(prof.Ioan Liuba) Mihailescu Denisa(100)

Clasa a VI-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Şcoala Berzasca(prof.Dana Emilia Schiha) : Lăcătuş Cristian(90).
Liceul Hercules Băile Herculane(prof.Marius Golopența) : Şulma Patricia(190).
Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(prof.Lavinia Moatăr,înv.Diana Gorczynski) Balint Alina(120), Nicoară Daiana(60), Hotima Salome(110), Iovănică Sebastian(50), Făgăraş Cristina(70), Ciobanu

Iulia(190), Jura Victor(110), Ardelean Andra(220),Buligă Maria(100), Iovănescu Iasmina(110).
Liceul Traian Doda Caransebeş(prof.Adrian Dragomir) : Ionescu Robert(400), Florescu Andreea(50), Anderca Otilia Maria(100), Hehn Andreea(50), Zanfir Daniel(100).
Şcoala Ciclova Română(prof.Geta Mîşcoi): Sava Mădălina(50).
Şcoala nr.3 Moldova – Nouă(prof.Sânefta Vladu): Gabor Camelia(40).
Grup şcolar Moldova-Nouă(prof.Aurelia Voilovici) : Bonaț Bogoslav Gabriel(280).
Şcoala Romul Ladea Oravița(prof.Camelia Pîrvu): Cocar Lorena(230), Gagea Maria-Mirabela(90), Marocico Diana Andreea(130).
Şcoala nr. 1 Oțelu – Roşu(Prof.Heidi Feil) : Pănescu Sergiu(100), Moica Dan(90), Suciu Alexandra Georgiana(310),Firanda Denysa(140),Damian Patricia Cristina(70), Hrenyak Alexia Nadina(276), Cioarcă Adnana(310), Jantu Petre Marin(147)
Şcoala nr. 3 Oțelu – Roşu(Prof.Daniela Suciu) : Marin Băncilă Lucreția (110), Cornean Alexandru(114).
Liceul Bănățean Oțelu Roşu(prof. Adriana Dragomir) : Mihuț Casiana (80), Epuraş Georgian(175),Cojocaru Daria(155).
Şcoala Rusca Teregova(prof. Sorin Ciucă) : Gherga Zaharia(40), Stepanescu Larisa(55), Humița Dana(55), Codoşpan Alina(55).
Liceul Traian Lalescu Reşița(prof. Otilia Bejan) : Vunetu Patricia-Bianca(160),
Şcoala nr. 2 Reşița(prof. Mariana Drăghici) : Pinte Ana-Maria(283), Dacica Anca Cristina(70), Constantin Alexandra(60), Popa Radu Ciprian(100), Păuşan Leonard(70), Fara Oana Lorena(277), Mihancea Miruna(275), Rădoi Oana(330).
Şcoala nr. 6 Reşița(prof.Susana Simulescu) : Gale Roberta(120), Roşeți Teodora(100), Băroiu Carina(140), Jurca Andrei(120), Vizitiu Dorin(190), Țofei Anca(380).
Şcoala nr. 8 Reşița(prof.Mirela Rădoi, prof.Camelia Coandă) : Budimir Claudia(130), Cipu Cosmin(50),Belba Miruna(130), Pele George(90).
Şcoala nr. 9 Reşița(prof.Irina Avrămescu, prof.Vasile Chiş)
Şutilă Alexandra-Ionela(437), Muselin Mario Cristian(180), Călina Antonia(430), Anănuță Adela Marina(256), Bălean Vlad(230).
Liceul Traian Vuia Reşița(prof.Mircea Iucu): Vicol Alexandru(130), Epure Cosmin(50), Kiss Melisa(130).

Clasa a VII-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Hercules Băile Herculane(prof.Constantin Bolbotină) : Stanciu Ana-Maria (168), Moagă Alexandru(173), Cernescu Maria(163), Popa Andrei(163), Cîrdei Alex-Cosmin(176), Tomescu Livia-Maria(165), Urdeş Florin(176), Radu Denisa(156), Urzică Ionuț Sorin(126), Stanciu Ani(165).

Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(prof.Dorina Humița, prof.Marița Mirulescu) : Semenescu Raluca(170), Belciu Aida(140), Zamfir Andreea(40), Benec Emanuela(70).

Liceul Traian Doda Caransebeş(prof.Delia Dragomir, Janet Miuță Bocicariu) Neagoe Loredana(123),Nistor Răzvan(76),Iliescu Alexandru (160)

Grup şcolar Construcții Maşini Caransebeş(prof.Carina Corîci) : Cornea Monica(70).

Şcoala nr.3 Moldova – Nouă(prof.Sânefta Vladu):Neculcea Evelina(90).

Grup şcolar Moldova-Nouă(prof.Vasilica Gîdea)Popa Andreea(20),....

Arini Michel(240) : *e tare de tot finalul unei soluții ; după ce* ***aproape*** *rezolvi problema V.160, destul de corect argumentat , în loc de răspunsul final,laşi pe cei care corectează să rezolve* ***complet***. Mulțumim pentru îndemn : *Concluzia vă aparține !!!* Recunoaştem, aşa încheiem noi unele dintre *ideile* de rezolvare. Evident, în niciun caz nu trebuie scris astfel la un concurs !!! Vom încerca să oferim soluții absolut complete, ca pentru un examen sau concurs, dacă nu ați sesizat că, de cele mai multe, ori am făcut-o ... Mesaj pentru colegi(profesori) : Rugăm să transmiteți ce trebuie şi ce nu în ceea ce priveşte redactarea... dincolo de a crea buna dispoziție a membrilor redacției unei reviste... Revenim la Michel : mulțumim !

Şcoala Rusca-Teregova(prof.Sorin Ciucă) : Stepanescu Maria(94), Stepanescu Ecaterina(96), Humița Ionela(86), Banda Ioan Alexandru Ilia(225), Stepanescu Alina(103).

Şcoala Romul Ladea Oravița(prof.Camelia Pîrvu): Balmez Andrada (480), Murgu Teodora(310).

Şcoala nr. 1 Oțelu – Roşu(prof.Heidi Feil): Erdei Dorian Emeric(180), Honciuc Laura(206), Dinu Alexandru(30),Toader Răzvan(190),Szatmari Larisa(210),Szalma Eric(130).

Şcoala nr. 3 Oțelu – Roşu(prof.Felicia Boldea,prof.Daniela Suciu)

Micşescu Cristian(50),Barbu Lidia(146), Carp Andreea-Camelia(120),Drăgan Alexandra Diana(146), Dănilă David(160), Piess Helmuth(130), Cornean Claudiu(70).
Liceul Traian Lalescu Reşiţa(prof.Otilia Bejan) : Malyar Cristina(210), Dolot Diana Nicole(390), David Mihai(160).
Şcoala nr. 2 Reşiţa(prof. Marius Şandru) : Neaţu Monica(185), Ciobanu Anca(320).
Şcoala nr. 8 Reşiţa(prof.Mirela Rădoi) : Rus Daniel(370)
Şcoala nr. 9 Reşiţa(prof. Irina Avrămescu, prof.Vasile Chiş) : Gaiţă Nadine(180), Pupăzan Andreea(244), Muscu Dragoş(273).
Şcoala Vîrciorova(prof.Ioan Liuba) : Ivăniş Patricia(50), Dragomir Ana Patricia(50), Bănescu Ramona(120),Apolzan Alexandra(40).

Clasa a VIII-a

(Indicaţi pe plic clasa în care sunteţi, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Hercules Băile Herculane(prof.Constantin Bolbotină) : Becia Robert(144) : ... foi goale, enunţuri fără soluţii !!!, Gherghina Liviu-Nicu(148), Coman Petre Daniel(157), Dimcea Ana-Maria-Alexandra(165), Mihart Georgiana(165), Török Bogdan(75), Dancău Anca(168), Ferescu Liana-Maria(168),Vlaicu Daniela-Oana(168), Domilescu Manuel(157).
Şcoala Berzasca(prof.Dana Emilia Schiha) : Velicicu Alina(50), Vîlcu Cosmin(50),Vulpescu Emilia Iulia(60).
Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(prof. Antoanela Buzescu,prof.Dorina Humiţa) : Rîcă Anda-Elena(30), Dinulică Ioan Septimiu(516), Bivolaru Mălina(120), Dinulică Petru Augustin(516) : *satisfacţie, bucurie, plăcere- asta simţim când parcurgem unele din soluţiile redactate de unii elevi ai judeţului nostru...*, Enăşoni Lavinia(70), Bogdan Roxana(270),Băzăvan Cătălina(30),Nica Hermina(80).
Şcoala Ciclova-Română(prof.Geta Mîşcoi) : David Melissa,Munteanu Andreea, Simion Silvia Anamaria.
Şcoala Bozovici(prof.Pavel Rîncu) : Grădinariu Tatiana(180), Ruva Mihaela(180),Mitocaru Patricia(180)

Mesaj valabil pentru toată lumea :

Lăsaţi elevii să încerce să rezolve singuri, să redacteze singuri, să trimită soluţiile, ***apoi*** *discutaţi cu ei...*
Grup şcolar Mihai Eminescu Jimbolia(Timiş)(prof.Sanda Niţoi) : Popa Mădălina(80).

Grup şcolar Moldova Nouă(prof.Zoran Ocanovici)Mereu Mădălina(50).
Şcoala nr.3 Moldova – Nouă(prof.Sânefta Vladu) Olariu Alexandra(40), Chilnicean Ionela(20).
Şcoala nr. 6 Reşița(prof.Susana Simulescu) : Ciulu Miruna Dalila(350) : *admirație, satisfacție, bucurie- asta simțim când parcurgem unele din soluțiile redactate de unii elevi ai județului nostru...,.*
Şcoala nr. 9 Reşița(prof. Irina Avrămescu, prof.Ion Belci) :Rață Petrişoara(30), Moatăr Alina-Iasmina(80),Momin Alexandra(80),Todoran Adriana(30).
Şcoala Romul Ladea Oravița(prof.Camelia Pîrvu) :Trăilă Alexandra (210), Pîrvu Ancuța Iulia(336).
Şcoala nr. 1 Oțelu – Roşu(prof.Heidi Feil): Dulan Ionița(20), Trica Alexandru(40), Ştefănescu Nicolae-Andrei(555).
Şcoala nr. 3 Oțelu – Roşu(prof.Daniela Suciu, prof.Felicia Boldea)Vladu Alina(60), Băilă Cristina(87), Barbu Daniel(100), Haba Beatrice(80), Românu Nicoleta(87).
Şcoala Rusca-Teregova(prof.Sorin Ciucă): Hurduzeu Ana(85), Blaj Ioan(20), Stepanescu Georgeta(87), Gherga Marinela(94), Banda Georgiana Violeta(94), Stepanescu Ana-Maria(98).

Clasa a IX-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Şcoala Rusca-Teregova(prof.Sorin Ciucă): Humița Ileana Mirela(53), Boşneag Marinela Ionela(56), Ursulescu Ionela(83).
Şcoala nr. 1 Oțelu – Roşu(prof.Heidi Feil): Necşa Adina(40), Pop Cristian(150),Radu Ionela(120),Tuştean Patricia(80).
Şcoala Bozovici(prof.Pavel Rîncu) : Munteanu Mădălina(70), Hotac Adina(50), Ştefan Ana(80),Careba Denisa(80).
Şcoala nr. 2 Reşița(prof. Mariana Drăghici): Țeudan Adina(150).
Şcoala nr. 9 Reşița(prof.Irina Avrămescu) Lazăr Silviu Ioan (130)
Liceul Diaconovici Tietz Reşița(prof.Cristina Vlăduceanu)
Toc Teodora(253).

Clasa a X-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Grup şcolar Moldova Nouă(prof.Lăcrimioara Ziman): Vuletici Nikolia (27), Vizitiu Alexandra(97), Gîrjan Laura(27), Silaghi Marco(17), Sporea

Ghiță Lucian(20), Herea Mihaela Camelia(27), Iorgovan Georgina(96), Crenicean Lorena Emanuela(27).

Liceul Eftimie Murgu Bozovici(prof.George Pascariu) :Murgu Vlad(20), Surulescu Ilie(40), Curescu Elena Cristina(20), Borozan Flavius(68), Golîmba Lucia(20), Jarcu Lorena-Maria(39).

Liceul Traian Doda Caransebeş(prof.Iacob Didraga, prof.Adrian Dragomir) : Copăceanu Oana(50), Agape Gabriela(60), Grozăvescu Ana(60), Răcăjdianu Sorana(70), Raiescu Dumitru(70), Ciobanu Raluca(60), Antonescu Nicoleta(80), Dumitraşcu Andreea(70), Milu Nicoleta(70), Faur Mihai Cosmin(60), Bona Caius(90),Geană Mihai(60), Ianoşel Petrică(70), Popa Andreea(20), Stoicănescu Gelu(70).

Liceul Nicolae Stoica de Hațeg Mehadia(prof.Mihaela Vasile) : Costescu Nicoleta Alexandra(67).

Liceul Bănățean Oțelu-Roşu(prof. Lucian Dragomir) : Krokoş Lorena(77), Gemănariu Traian(47),Kuhn Anne-Marie(46), Dumitresc Cecilia(46), Buzuriu Lukos(47).

Clasa a XI-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Liceul Traian Doda Caransebeş(prof. Lavinia Moatăr, prof. Delia Dragomir): Paşan Petru(150), Buliga Denis(48)

Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(prof. Dorina Humița, prof. Marița Mirulescu): Magu Georgiana(50), Semenescu Anca(140).

Grup şcolar Moldova Nouă(prof.Gheorghe Scorțan,prof.Cristina Iovanovici): Uță Robert(60), Radovan Cosmin(50), Ilievici Iasmina(50), Costea Semida(50), Buriman Amalia(50), Martinovici Ionela(50), Radoicovici Kethrin Ramona(60).

Liceul Nicolae Stoica de Hațeg Mehadia(prof.Mihaela Vasile):Coconete Cosmina(70), Cristescu Nicoleta(80).

Liceul Bănățean Oțelu-Roşu (prof. Lucian Dragomir) : Bugariu Răzvan(106), Duma Andrei (62).

Clasa a XII-a

(Indicați pe plic clasa în care sunteți, vă rugăm MULT de tot !!!)

Grup şcolar Moldova Nouă(prof.Lăcrimioara Ziman): Stoian Marius(8), Harabagiu Dragana(40), Pucă Alexandra Elena(40), Minea Neşa(20), Istudor Deian(20).
Liceul Pegagogic C.D.Loga Caransebeş(prof. Antoanela Buzescu)Marta Marian Sebastian(70).
Liceul Traian Doda Caransebeş(prof. Delia Dragomir) : Galescu Dan(70), Ciucă Cristian(50), Bona Petru(80), Zanfir Cristian(70).
Liceul Bănățean Oțelu-Roşu (prof. Lucian Dragomir): Cococeanu Oana(83), Atinge Carina(40).

Ne cerem scuze dacă se simte cineva lezat,într-un fel sau altul, din cauza rândurilor pe care ne vedem nevoiți să le repetăm :

Lăsați elevii să încerce să rezolve singuri,să redacteze singuri, să trimită soluțiile, ***apoi*** *discutați cu ei...*
În rest : *Dorim pentru voi, toți elevii, şi, recunoaştem, pentru noi toți, aceşti veşnici elevi, adică dascălii, pentru familiile voastre, un nou an şcolar cât mai bun, cu multă sănătate şi un pic de noroc, cu realizări acolo unde ați încercat cu adevărat...*