



**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII**  
**INSPECTORATUL ȘCOLĂR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN**

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA

Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

e-mail: [isjcaras@cs.ro](mailto:isjcaras@cs.ro)

[www.cs.isj.edu.ro](http://www.cs.isj.edu.ro)

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**FAZA LOCALĂ - 14.02.2009**

**Clasa a IX a**

1. Să se demonstreze că dacă  $x, y, z \in (0, \infty)$  și  $x \cdot y \cdot z = 1$ , atunci :

$$\frac{1}{x+y+\sqrt{z}} + \frac{1}{y+z+\sqrt{x}} + \frac{1}{z+x+\sqrt{y}} < \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

Lucian Dragomir, Oțelu- Roșu

2. a) Să se arate că nu există numere reale  $x$  pentru care  $\left[\frac{x}{2}\right] = x^2 + 1$ .

- b) Să se determine numerele reale  $y$  pentru care  $\left[\frac{y}{2}\right] = y^2$ .

Lucian Dragomir, Oțelu- Roșu, articol RMCS 25/2008

3. Să se arate că numărul

$$a_n = 3^{n+1} + 2n + 1 \text{ este divizibil cu } 4, \text{ oricare ar fi } n \in \mathbb{N}.$$

Marin Chirciu, Pitești, RMT 4/2008

4. Pentru orice triunghi  $ABC$  se notează  $AB = c, BC = a, CA = b$ , iar  $I$  este centrul cercului înscris, iar  $G$  este centrul de greutate.

Să se arate că:

a)  $\overline{GI} = \frac{1}{a+b+c} \cdot (a \cdot \overline{GA} + b \cdot \overline{GB} + c \cdot \overline{GC})$ ;

- b) dacă  $c = 3, b = 4, a = 5$ , atunci  $IG$  este paralelă cu  $AC$ .

Gabriel Popa, Iași, GM 3/2008

**NOTĂ:**

- TIMP DE LUCRU 3 ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.