



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLĂR AL JUDEȚULUI CARAȘ-SEVERIN

Strada Ateneului Nr.1, 320112 REȘIȚA-ROMANIA

Tel: 0255/214238; Fax: 0255/216042

e-mail: isjcaras@cs.ro

www.cs.isj.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ - 14.02.2009

Clasa a XII a

1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ o funcție bijectivă. Să se studieze dacă există funcții $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ care admit primitive pe \mathbb{R} și satisfac relația $g \circ g = f$.

RMCS 26

2. Dacă G este un grup multiplicativ în care, pentru orice $x, y, z \in G$, avem:

$$xy^2 = z^2x \Rightarrow y = z, \text{ să se arate că :}$$

a) $x^2 \neq e, \forall x \in G \setminus \{e\}$;

b) G este abelian ;

c) Orice grup cu proprietățile a) și b) are proprietatea din enunț.

Prof. Marian Andronache, București, RMCS

3. Fie (G, \cdot) un grup cu proprietatea că $x^2 = e, \forall x \in G$. Să se arate că pentru orice funcție $f : G \rightarrow G$ și orice $a \in G, a \neq e$, funcția $g : G \rightarrow G, g(x) = f(x)f(ax)$ nu este injectivă.

4. Să se determine $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \cdot e^{\arctg x} dx, x \in \mathbb{R}$.

NOTĂ:

- TIMP DE LUCRU 3ORE.
- TOATE SUBIECTELE SUNT OBLIGATORII.

