

Barem de notare, clasa a X a

1). Conjugăm egalitatea $z^n + z + 1 = 0$ și folosim $\bar{z} = \frac{1}{z}$, de unde imediat se

ajunge la $z^{n-1} = z$ (3p)

Deducem $z^{n-2} = 1$ și $0 = z^n + z + 1 = z^2 + z + 1$ (2p)

Ajungem astfel la $z^3 = 1$, deci

$3/(n-2) \Rightarrow n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}$ (care verifică enunțul) (2p).

2) Ecuația se scrie imediat $2^x \cdot (x-1) = 5x+1$ (3p)

Cum $5x+1 \leq 6(x-1), \forall x \geq 7$, deducem $2^x \leq 6$, absurd în acest caz (2p)

Pentru $x \leq 6$ se găsește soluția $x = 3$ (2p)

3) Pentru $x = y = 0$ obținem $f(0) = 0$ sau $f(0) = -1$; pentru $x = y = 1$ ajungem la $f(1) = 0$ sau $f(1) = 1$. (3p)

Dacă $f(0) = 0$, atunci $f(1) = 1$ și pentru $y = 1$ deducem

$f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$ care verifică toate condițiile din enunț (2p)

Dacă $f(0) = -1$, pentru $y = 0$ deducem $f(x) = x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$, care verifică deasemenea enunțul. (2p)

4) se ajunge imediat la $\frac{1}{m} + \frac{2}{mn} + \frac{3}{n} + \frac{1}{mn} = 2$ (3p)

Se obține $m = 2, n = 2$ (4p)